



*Областное государственное бюджетное  
образовательное учреждение  
среднего профессионального образования  
«Иркутский авиационный техникум»*

УТВЕРЖДАЮ

Директор ОГБОУ СПО «ИАТ»

\_\_\_\_\_ В.Г. Семенов

**Комплект методических указаний по выполнению  
практических работ по дисциплине  
ОДП.15 Математика**

**образовательной программы (ОП)  
по специальности СПО**

**151901 Технология машиностроения**

**базовой подготовки**

**Иркутск 2013**

## **Пояснительная записка**

Методические указания предназначены для проведения практических работ по дисциплине "Математика" (для студентов первого курса специальностей 230113 Компьютерные системы и комплексы; 230115 Программирование в компьютерных системах); 151901 Технология машиностроения; 160108 Производство летательных аппаратов

Содержание практических работ позволяет освоить:

- практические приемы вычисления, находить абсолютную и относительную погрешности
- практические приемы решения линейных уравнений, линейных неравенств;
- виды и методы решения простейших; показательных и логарифмических уравнений;
- методы и способы решения систем линейных уравнений;
- различные способы задания прямой;
- условия параллельности и перпендикулярности прямых, прямой и плоскости;
- вычисление производной функции;
- решение практических задач;
- вычисление площади плоской фигуры

В методических указаниях к выполнению практических работ содержится инструкция с четким алгоритмом хода работы. Каждая практическая работа включает краткий теоретический материал, примеры задач и набор заданий.

Методические указания могут быть использованы для самостоятельной работы студентов.

### **Ход выполнения практической работы**

Практические работы необходимо выполнять в специальных тетрадях с указанием номера, темы, целей работы.

#### Ход работы:

1. Познакомиться с теоретическим материалом
2. Сделать краткий конспект теоретического материала в рабочих тетрадях (основные понятия, определения, формулы, примеры)
3. В тетрадях для практических работ выполнить самостоятельную работу или решить номера, которые указаны в работе.
4. Сдать преподавателю тетради для практических работ.

### **Критерии оценивания практических работ**

Оценка «5» ставится, если верно и рационально решено 90%-100% предлагаемых заданий, допустим 1 недочет, неискажающий сути решения.

Оценка «4» ставится при безошибочном решении 80% предлагаемых заданий.

Оценка «3» ставится, если выполнено 70% предлагаемых заданий, допустим 1 недочет.

Оценка «2» - решено мене 70% предлагаемых заданий.

### **Перечень практических (лабораторных) работ**

№ раб оты	Название работы (в соответствии с рабочей программой)	Объём часов на выполн ение работы	Страни ца
1	Решение задач на нахождение абсолютной и относительной погрешностей в различными способами	1	5-7
2	Решение линейных уравнений	1	8-11
3.	Практическая работа № 3 Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и систем уравнений с двумя переменными.	1	11-14
4	Практическая работа № 4 Изображение на координатной плоскости множества решений неравенств с двумя переменными.	1	14-16
5	Практическая работа № 5 Решение примеров по алгоритму по теме решение уравнений и неравенств.	1	17-21
6	Практическая работа № 6: Решение задач на преобразование выражений содержащих корни натуральной степени.	1	21-23
7.	Практическая работа: № 7 Решение задач и упражнений на применение свойств степени с действительными показателям	1	23-25
8	Практическая работа № 8 : Решение задач и упражнений на применение основных свойств	1	25-27

	логарифмов.		
9	Практическая работа № 9 Решение задач и упражнений на преобразование логарифмических выражений.	1	27-29
10	Практическая работа № 10 Выполнение решения логарифмических уравнений, сводящихся к простейшим.	1	29-32
11	Практическая работа :№ 11 Перпендикулярность прямой и плоскости.	1	33-34
12	Практическая работа № 12: Решение задач и упражнений на перпендикулярность двух плоскостей	1	35-36
13	Практическая работа № 3Решение задач по теме задач на определение координат векторов.	1	37-38
14	Практическая работа № 14: Решение задач на перебор вариантов.	1	39-41
15	Практическая работа № 15: Решение заданий на представление данных, генеральную совокупность, среднее арифметическое, медиану	1	39-44
16	Практическая работа № 16 : Решение задач и упражнений на соотношение между тригонометрическими функциями одного аргумента соотношение между тригонометрическими функциями одного аргумента	1	45-48
17	Практическая работа № 17 : Решение заданий на применение четности и нечетности тригонометрических функций	1	48-52
18	Практическая работа № 18 : Решение тригонометрических уравнений,	1	52-56
19	Практическая работа: № 19 Решение заданий на определение свойств функции.	1	56-59
20	Практическая работа № 20: :Решение заданий на преобразование графиков.	1	60-62
21	Практическая работа № 21: Развертка многогранников.	1	63-65
22	Практическая работа № 22: Решение задач на	1	65-68

	нахождение площади поверхности параллелепипеда и куба.		
23	Практическая работа № 23 : Решение задач на нахождение площади поверхности пирамиды.	1	68-70
24	Практическая работа № 24: Решение заданий на нахождение элементов цилиндра и конуса.	1	70-74
25	Практическая работа № 25 : Решение задач и упражнений на нахождение площадей поверхностей цилиндра и конуса.	1	75-76
26	Практическая работа № 26 : Решение задач на нахождение объема призмы.	1	77-79
27	Практическая работа № 27 : Решение задач на нахождение объема пирамиды.	1	79-82
28	Практическая работа № 28: Формулы объема шара и площади сферы.	1	82-86
29	Практическая работа № 29: Решение примеров на нахождение производной с помощью таблицы.	1	86-94
30	Практическая работа № 30: Решение задач на нахождение площади криволинейной трапеции.	1	94-97
	Литература (основная и дополнительная)		97
	Всего	30 ч	

## Практическая работа № 1 по теме: Решение заданий на нахождение абсолютной и относительной погрешности

**Вид занятия.** Практическая работа по теме: Абсолютная и относительная погрешности.

**Оценка погрешностей суммы, разности, произведения и частного приближённых чисел**

**Цель занятия.**

- **обучающая** – организовать самостоятельную деятельность учащихся по усвоению понятий – оценка погрешностей суммы, разности, произведения и частного с приближенными числами ;

создать проблемную ситуацию для следующего урока

- развивающая - формировать умение применять приемы сравнения, обобщения, и навыки воображения учащихся при работе понятием приближенные числа;

- воспитывающая – формировать умения аккуратного и точного (в соответствии с условиями задания) изображения

**Учебная.**

1. Повторение. Проверка домашнего задания (наличие)

Оценка погрешностей суммы, разности, произведения и частного приближённых чисел

Дать таблицу вида:

Функция	Граница абсолютной погрешности	Граница относительной погрешности	Номер формулы
$Y = a * b$	$\Delta y =  b  \cdot \Delta a +  a  \cdot \Delta b$	$\delta_y = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b}$	1
$Y = a * b * c$	$\Delta y =  b \cdot c  \cdot \Delta a +  a \cdot c  \cdot \Delta b +  ab  \cdot \Delta c$	$\delta_y = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta c}{c}$	2
$Y = a^n$	$\Delta y = n \cdot a^{n-1} \cdot \Delta a$	$\delta_y = n \cdot \frac{\Delta a}{a}$	3
$Y = a^2$	$\Delta y = 2 \cdot a \cdot \Delta a$	$\delta_y = 2 \cdot \frac{\Delta a}{a}$	4
$Y = a^3$	$\Delta y = 3 \cdot a^2 \cdot \Delta a$	$\delta_y = 3 \cdot \frac{\Delta a}{a}$	5
$y = \sqrt{a}$	$\Delta y = \frac{\Delta a}{2\sqrt{a}}$	$\delta_y = \frac{\Delta a}{2a}$	6
$y = \sqrt[3]{a}$	$\Delta y = \frac{\Delta a}{3 \cdot \sqrt[3]{a^2}}$	$\delta_y = \frac{\Delta a}{3 \cdot a}$	7

$y = \frac{a}{b}$	$\Delta y = \frac{ b  \cdot \Delta a +  a  \cdot \Delta b}{b^2}.$	$\delta_y = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b}$	8
-------------------	---	--	---

### Ход работы

1. Произвести указанные действия с приближёнными числами (числа даны с точностью до половины единицы разряда последней значащей цифры):
2. Найти абсолютную и относительную погрешности

### 1 вариант

- 1)  $3,5 \cdot 51,2 + 8,25 \cdot 12,7$
- 2)  $(19,55 + 1,87) \cdot 0,42$
- 3)  $(54,6 - 42,3) \cdot 15,4$
- 4)  $54,23 : 1,1 + 32,130 : 10,5$
- 5)  $160,12 - 34,17 : 0,34 + 6,25 : 12,5$
- 6)  $(23,14 - 12,08) : 0,20 + 2,4 \cdot 6,0$

### 2 вариант

- 1)  $2,7 : 1,35 + 0,40 : 2,5 + 4,2 \cdot 1,80$
- 2)  $[(11,0 - 9,47) : 1,5 + 46,4] : 29 : (2,5 \cdot 0,16)$
- 3)  $(3,6 + 4,6 + 3,8) \cdot 2,4$
- 4)  $6,25 \cdot 8 - 5,5 \cdot 3,6 + 2,4 \cdot 4,5$
- 5)  $(3,06 : 7,5 + 3,4 \cdot 0,38) \cdot (20 - 2,38 \cdot 5,3)$
- 6)  $(8,04 + 2,5 \cdot 0,24 - 0,5) \cdot (5,4 + 1,5 + 3,06)$

Домашнее Задание [1], §1 с. 10, с.25 решение заданий №12, № 25

### Итог занятия

Написать отчет и сдать на проверку

Литература основная : Алимов Ш.А. «Алгебра и начала анализа» 10-11 класс с. 17-18

Дополнительная: Башмаков М.И. «Математика» М.: Высшая школа - 1994 , 542 с

## Практическая работа № 2 по теме: Решение линейных уравнений

Вид занятия. Практическая работа

Цель занятия.

**Учебная.** Дать определение линейного уравнения.

**Воспитательная:** воспитание нравственного поведения. Расширение кругозора.

**Обеспечение занятия.** Наглядные пособия: графики функции ( по свойствам )  
**Презентации на тему:** Изображение на координатной плоскости множества решений Систем уравнений с двумя неизвестными

Ход занятия

## 1. Организационный момент

Форма: эвристическая беседа по теме: « **Решение линейных уравнений** »

**Просмотр Презентации на тему:** Изображение на координатной плоскости множества решений Систем уравнений с двумя неизвестными

### 1. Повторить Основные определения.

#### 1) Что называется высказыванием?

Ответ: В математике любое предложение, относительно которого можно сказать, является оно истинным либо ложным, называется высказыванием.

Если из высказывания  $A$  следует высказывание  $B$ , то оно записывается следующим образом:  $A \Rightarrow B$  (из  $A$  следует  $B$ ).

Если же из высказывания  $A$  следует высказывание  $B$ , а из высказывания  $B$  следует высказывание  $A$ , то они называются равносильными и обозначаются  $A \Leftrightarrow B$ .

#### 2) Дать определение уравнения.

Ответ: Равенство с одной переменной называется уравнением с одной переменной. Если нужно найти те значения переменной (значение переменной), при которых получается верное числовое равенство.

#### 3) Дать определение корня (решения) уравнения.

Ответ: *Определение 2.* Корнем или решением уравнения называется значение переменной, при подстановке которого в уравнение получается верное числовое равенство.

Уравнения называются равносильными, если множества их решений равны.

#### 4) Дать определение линейного уравнения.

Ответ: Линейным уравнением с одной переменной  $x$  называется уравнение вида



$ax + b = 0$ , где  $a$  и  $b$  - действительные числа.

Решением линейных уравнений и уравнений. Сводящихся к линейным. Основано на следующих теоремах:

1. Если к обеим частям уравнения прибавить одно и то же число, то получится уравнение, равносильное данному.
2. Если обе части уравнения умножить или разделить на одно и то же число, не равное нулю, то получится уравнение, равносильное данному.

**Пример 1.** Решить уравнение.

$$\frac{1}{4}x + \frac{5}{8} = 0. \quad \text{Решение.} \quad \frac{1}{4}x = -\frac{5}{8} \Rightarrow x = \left(-\frac{5}{8}\right) : \left(\frac{1}{4}\right) = -\frac{5 \cdot 4}{8 \cdot 1} = -\frac{5}{2}.$$

**Ответ.**  $x = -2,5$

**Пример 2.** Решить уравнение  $6 - 2x - \frac{2-5x}{3} = \frac{6x-4}{5}$  **Решение.** Умножим обе части уравнения на 15, получим:

$$6 - 2x - \frac{2-5x}{3} = \frac{6x-4}{5} \quad (\cdot 15) \Rightarrow 90 - 30x - 10 + 25x = 18x - 12 \Rightarrow \\ \Rightarrow -30x + 25x - 18x = -12 - 90 = -102 \Rightarrow -23x = -102 \Rightarrow x = \frac{-102}{-23} = 4$$

**Ответ.**  $x = 4$ .

Линейное уравнение  $ax + b = 0$  может иметь только одно решение или совсем не иметь решений. Или иметь бесконечное множество решений. Пояснить на примерах,

- 1) уравнение  $5x + 10 = 0$  имеет единственное решение:  $x = -10:5 = -2$ ;  $x = -2$ ;
- 2) уравнение  $3x = 0$  имеет единственное решение:  $x = 0$ ;
- 3) уравнение  $0 \cdot x + 2 = 0$  не имеет решения, так как при любом значении  $x$  произведение  $0 \cdot x = 0$  и  $0 + 2 \neq 0$ ;
- 4) уравнение  $0 \cdot x = 0$  имеет бесчисленное множество решений. Любое число является решением уравнения.

**Дробно-рациональные уравнения.**

К линейным уравнениям приводятся и некоторые уравнения, содержащие переменную в знаменателе дроби.

Рассмотрим приемы решения таких уравнений.

## Практическая работа

### 1 ВАРИАНТ

**Пример 1.** Решить уравнение,

$$1. \frac{2x-9}{2x-5} - \frac{3x}{2-3x} = 2$$

**2. Решить уравнение.**

$$1) \sqrt{x+4} = 5 \quad \frac{1}{x-2} - \frac{3-x}{x-2} + 3 = 0$$

$$2) 3x-8 = 10 \quad 3)$$

3. Решение систем линейных уравнений с двумя неизвестными:  
**Изобразить на координатной плоскости множество решений** Систем уравнений с двумя **неизвестными**

1 вариант

$$1) \begin{cases} x + y = 18 \\ 2x + 5y = 24 \end{cases}; \quad 2) \begin{cases} 5x - 2y = 1 \\ 10x - 4y = 2 \end{cases}; \quad 3) \begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ 4x - 6y = 10 \end{cases} \quad 4) \begin{cases} 3x - 4y = 11 \\ 5y - 6z = 28 \\ x - 2z = 7 \end{cases}$$

**Дополнительно:**

**4. Решить неравенство:**

$$1) \begin{cases} 3x + 2y \leq 1 \\ x - y \geq -3 \end{cases};$$

## 2.ВАРИАНТ

**Пример 1.** Решить уравнение.

$$\frac{x+1}{x-3} - \frac{x-2}{x+3} = \frac{3(3x-1)}{(x-3)(x+3)}$$

**Пример 2.**

$$1) x-8=12$$

$$2) 2x + 4 = 10$$

$$3) 6 - 2x - \frac{2-5x}{3} = \frac{6x-4}{5}$$

3. Решение систем линейных уравнений с двумя неизвестными:  
**Изобразить на координатной плоскости множество решений** Систем уравнений с двумя **неизвестными**

$$1) \begin{cases} x + y = 8 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases}; \quad 2) \begin{cases} 6x - 2y = 1 \\ 12x - 4y = 2 \end{cases}; \quad 3) \begin{cases} 8x - 6y = 14 \\ 4x - 3y = 10 \end{cases} \quad 4) \begin{cases} 3x + 4y = 11 \\ 5y + 6z = 28 \\ x + 2z = 7 \end{cases}$$

**Дополнительно:**

**4. Решить неравенство:**

$$1) \begin{cases} 4x - 6 \leq 12 \\ 2x \geq x - 4 \end{cases}$$

(1 вариант и 2 вариант) решить (для сильных студентов)

**Задача 1**

Стрельба из спортивного пистолета по круглой мишени диаметром 1 м ведётся из точки прямой, перпендикулярной плоскости мишени и проходящей через её центр. На каком расстоянии от мишени должна быть точка выстрела, чтобы разность расстояний от неё до края мишени и до центра была не больше 2 см?

Домашнее задание [1] глава 2, § 8 с 58-59 выполните решение заданий № 142, № 148

**Написать отчет и сдать на проверку**

**Литература основная :** Алимов Ш.А. «Алгебра и начала анализа» 10-11 класс с. 17-18

**Дополнительная:** Башмаков М.И. «Математика» М.: Высшая школа - 1994 , 542 с

**Практическая работа № 3. Тема занятия: Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и Систем уравнений с двумя неизвестными**

**Вид занятия.** Комбинированное. Изучение нового материала.

**Цель занятия.**

**Учебная.** Дать определение « Определители 2 порядка. Формулы Крамера»

**Воспитательная:** воспитание нравственного поведения. Расширение кругозора.

**Обеспечение занятия.** Наглядные пособия: ( примеры уравнений, графики Систем линейных уравнений первой степени, )

1. Организационный момент
2. Изучение нового материала

Форма: эвристическая беседа. После повторения «Уравнения первой степени с одним неизвестных» ; ввести понятия « Системы Линейных уравнений первой степени.. Определители 2 порядка. Формулы Крамера »;

**Ход занятия.**

## Повторение

### 1. Основные определения.

- Определители 2-го порядка. Основные свойства определителей 2-го порядка.
- Система 2-х уравнений с двумя неизвестными. Формулы Крамера.

**Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и Систем уравнений с двумя неизвестными**

**Решить следующие системы уравнений и Изобразить на координатной плоскости множество решений Систем уравнений с двумя неизвестными**

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ x - 4y = 20 \end{cases}; \quad 2) \begin{cases} 5x - 2y = 1 \\ 10x - 4y = 2 \end{cases}; \quad 3) \begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ 4x - 6y = 10 \end{cases}$$

**Презентации на тему: Изображение на координатной плоскости множества решений Систем уравнений с двумя неизвестными**

### 1. Закрепление темы: Понятие определителя.

#### 1) Проверка домашнего задания (наличие);

#### 2) Самостоятельная работа (работы собрать на проверку)

1. Вычислить определитель 2 порядка вида:

1 вариант 1)  $\begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 7 & 3 \end{vmatrix}$  2)  $\begin{vmatrix} -3 & -4 \\ 2 & -6 \end{vmatrix}$

2.

2 вариант 1)  $\begin{vmatrix} 0 & -5 \\ 3 & 10 \end{vmatrix}$  2)  $\begin{vmatrix} 9 & -2 \\ 6 & -4 \end{vmatrix}$

**Решение систем линейных уравнений с двумя неизвестными: Изобразить на координатной плоскости множество решений Систем уравнений с двумя неизвестными**

1 вариант

$$1) \begin{cases} x + y = 18 \\ 2x + 5y = 24 \end{cases}; \quad 2) \begin{cases} 5x - 2y = 1 \\ 10x - 4y = 2 \end{cases}; \quad 3) \begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ 4x - 6y = 10 \end{cases}$$

2 вариант

$$1) \begin{cases} x + y = 8 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases}; \quad 2) \begin{cases} 6x - 2y = 1 \\ 12x - 4y = 2 \end{cases}; \quad 3) \begin{cases} 8x - 6y = 14 \\ 4x - 3y = 10 \end{cases}$$

Ответы и решения:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases} \Rightarrow 1) \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2} \Rightarrow \text{система имеет}$$

1) *единственное решение;*

$$2) \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2} \Rightarrow \text{система не имеет решения};$$

$$3) \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} \Rightarrow \text{система имеет бесчисленное множество решений}$$

$$x = \frac{\Delta x}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}; \quad y = \frac{\Delta y}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 18 & 4 \\ 19 & 5 \\ 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}} = \frac{18 \cdot 5 - 19 \cdot 4}{3 \cdot 5 - 2 \cdot 4} = \frac{90 - 76}{15 - 8} = \frac{14}{7} = 2;$$

Решение:

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 18 \\ 2 & 19 \\ 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}} = \frac{19 \cdot 3 - 18 \cdot 2}{3 \cdot 5 - 2 \cdot 4} = \frac{57 - 36}{15 - 8} = \frac{21}{7} = 3;$$

**ОТВЕТ.**  $x = 2; y = 3.$

**2 Решение:**

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -4 \\ 3 & -2 \\ 6 & -4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 6 & -4 \end{vmatrix}} = \frac{1 \cdot (-4) - 2 \cdot (-2)}{3 \cdot (-4) - 6 \cdot (-4)} = \frac{-4 + 4}{-12 + 12} = \frac{0}{0} \Rightarrow \text{не определено};$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 6 & 2 \\ 3 & -2 \\ 6 & -4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 6 & -4 \end{vmatrix}} = \frac{2 \cdot 3 - 1 \cdot 6}{3 \cdot (-4) - 6 \cdot (-4)} = \frac{6 - 6}{-12 + 12} = \frac{0}{0} \Rightarrow \text{не определено}; \Rightarrow$$

$$\frac{3}{6} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{система имеет множество решений}$$

**Решение:**

**ОТВЕТ.** *множество решений.*

$$\frac{2}{4} = \frac{-3}{-6} \neq \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \neq \frac{2}{3} \Rightarrow \text{система не имеет решения (несовместна)}$$

**ОТВЕТ:** *система не имеет решения.*

**Домашнее задание** Выполнение домашней контрольной работы по теме «Решение иррациональных уравнений» (карточки)

**Итог занятия**

**Литература основная :** Алимов Ш.А. «Алгебра и начала анализа» 10-11 класс с. 17-18

**Дополнительная:** Башмаков М.И. «Математика» М.: Высшая школа - 1994 , 542 с

## **Практическая работа № 4 по теме: Изображение на координатной плоскости множества решений Неравенства с двумя переменными**

**Вид занятия.** Практическая работа

**Цель занятия.**

**Учебная.** Дать определение « **Неравенства. Изображение на координатной плоскости множества решений Неравенства с двумя переменными**»

**Воспитательная:** воспитание нравственного поведения. Расширение кругозора.

**Обеспечение занятия.** Наглядные пособия: ( примеры **Неравенства и системы неравенств** )

### **1. Организационный момент**

Форма: эвристическая беседа. После повторения тем: «Линейные уравнения, Решение линейных уравнений, графическое изображение решения» Дать определение **Неравенства**

**Ход занятия.**

1. Проверка домашнего задания (наличие);

2. *Дать определение неравенства.*

**Ответ:** Неравенством с одной переменной называется выражение с одной переменной вида:  **$ax + b > 0$** , где  $a$  и  $b$  - действительные числа.;

**$ax + b < 0$** , где  $a$  и  $b$  - действительные числа;  **$ax + b \leq 0$** ;  **$ax + b \geq 0$** ;, где  $a$  и  $b$  - действительные числа.

. Решить неравенство значит найти те значения переменной (значение переменной ), при которых получается верное числовое неравенство.

### 3. *Дать определение решения неравенства.*

*Ответ: Определение 2.* решением неравенства называется значения переменной, при подстановке которого в неравенство получается верное числовое неравенство.

Неравенства называются равносильными, если множества их решений равны.

### 4. *Дать определение линейного неравенства.*

*Ответ:* Линейным неравенством с одной переменной  $x$  называется неравенства вида:  $ax + b > 0$ ,

$ax + b < 0$ ,  $ax + b \leq 0$ ;  $ax + b \geq 0$ ; где  $a$  и  $b$  - действительные числа.

Решение линейных неравенств, Сводящихся к линейным, Основано на следующих теоремах:

1. Если к обеим частям неравенства, прибавить одно и то же число, то получится неравенство, равносильное данному.
2. Если обе части неравенства, умножить или разделить на одно и то же положительное число, не равное нулю, то получится неравенство, равносильное данному.
3. Если обе части неравенства, умножить или разделить на одно и то же отрицательное число, то меняется знак неравенства на противоположное

#### **Практическая работа**

**Пример 1.** Решить неравенство.  $\frac{1}{4}x + \frac{5}{8} \leq 0$ .

**Пример 2.** Решить неравенство:

$$6 - 2x - \frac{2 - 5x}{3} \geq \frac{6x - 4}{5}$$

**Пример 3.** Решить неравенство:  $2(x - 5) < 5 - x$

#### **4. Решить следующие неравенства;**

- 1)  $\frac{1}{2}x - \frac{3}{8} \geq 0$ .      2)  $\frac{3}{4}x - \frac{7}{8} \leq 0$ .      3)  $4(3x - 5) < 2(5 - x)$

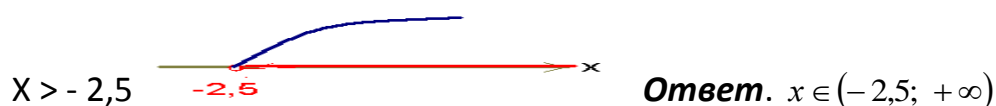
### **5. Решить систему неравенств:**

- 1)  $\begin{cases} \sqrt{x+4} \geq 5 \\ 3x - 8 \leq 10 \end{cases}$ ;    2)  $\begin{cases} x - 8 \geq 12 \\ 2x + 4 \leq 10 \end{cases}$     3)  $\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ x - y = -3 \end{cases}$ ;    4)  $\begin{cases} 4x - 6 \leq 12 \\ 2x \geq x - 4 \end{cases}$

## **Ответы**

**Пример 1.**

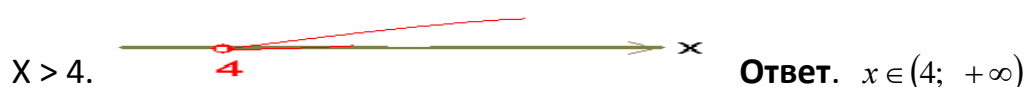
**Решение.**  $\frac{1}{4}x \leq -\frac{5}{8} \Rightarrow x \leq \left(-\frac{5}{8}\right) : \left(\frac{1}{4}\right) \Rightarrow x \leq -\frac{5 \cdot 4}{8 \cdot 1} = -\frac{5}{2}.$



**Пример 2. Решение.** Умножим обе части уравнения на 15, получим (знак неравенства сохраняется):

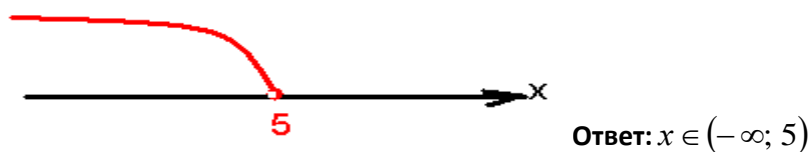
$$6 - 2x - \frac{2 - 5x}{3} \geq \frac{6x - 4}{5} \quad (\cdot 15) \Rightarrow 90 - 30x - 10 + 25x \geq 18x - 12 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -30x + 25x - 18x \geq -12 - 90 = -102 \Rightarrow -23x \geq -102 \Rightarrow x \geq \frac{-102}{-23} \approx 4,43$$



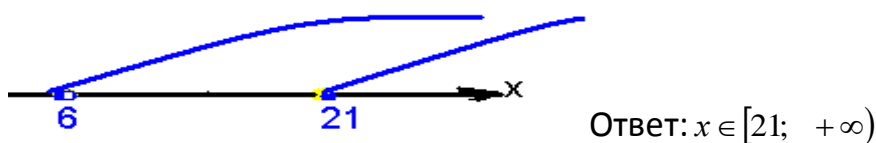
**Пример 3.**

**Решение:**  $2x - 10 < 5 - x \Rightarrow 2x + x < 5 + 10 \Rightarrow 3x < 15 \Rightarrow x < 5$



**Ответы 5 задания**

**Решение:** 1)  $\begin{cases} \sqrt{x+4} \geq 5 \\ 3x - 8 \leq 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (\sqrt{x+4})^2 \geq 5^2 \\ 3x \leq 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+4 \geq 25 \\ x \leq 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 21 \\ x \leq 6 \end{cases} \Rightarrow x \geq 21$



**Домашнее задание.** [1] § 10 с 69 № 175, № 177 выучите способы решения неравенств

**Итог занятия**

**Литература основная :** Алимов Ш.А. «Алгебра и начала анализа» 10-11 класс с. 17-18

**Дополнительная:** Башмаков М.И. «Математика» М.: Высшая школа - 1994 , 542 с



## Практическая работа № 5 по Теме: Решение примеров по алгоритму по теме решение уравнений и неравенств.

**Вид занятия** Практическая работа

**Цель занятия.**

**Учебная.** Дать определение « Алгебраического выражения »,»Преобразование алгебраических выражений» ; повторить понятие степени. Формулы сокращенного умножения

**Воспитательная:** воспитание нравственного поведения. Расширение кругозора.

**Обеспечение занятия.** Наглядные пособия: ( примеры алгебраических выражений )

1. Организационный момент
2. Изучение нового материала

Форма: эвристическая беседа. После повторения «Понятия степени. Формул сокращенного умножения» ; «Дать определение « Алгебраического выражения »,»Преобразование алгебраических выражений»

**Ход занятия.**

Повторить тему: **Преобразования алгебраических выражений**

(см приложение Презентация к занятиям № 9, №10, №11)

1 Повторить основные определения. Формулы сокращенного умножения:

$$1) (a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2; \quad 2) (a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

Устно: Найти 1)

$$(a \pm 2b)^2 = a^2 \pm 4ab + 4b^2; \quad 2) (a \pm 3b)^3 = a^3 \pm 9a^2b + 27ab^2 \pm 27b^3;$$

$$3) (3 + 2a)^2 = 9 + 12a + 4a^2; \quad 4) (5 - 3a)^2 = 25 - 30a + 9a^2.$$

2 Закрепление:

1. Упростить следующие выражения:

$$1) \sqrt[5]{a^6 b^7} : \sqrt[5]{ab^2}; \quad 2) \sqrt[3]{81x^4 y} : \sqrt[3]{3xy}; \quad 3) \sqrt[4]{\frac{2b}{a^3}} : \sqrt[4]{\frac{a}{8b^3}} \cdot \quad 4) \sqrt[3]{\frac{3x}{y^2}} : \sqrt[3]{\frac{y}{9x^2}}.$$

П. При каких значениях выражение имеет смысл

1)  $\sqrt[6]{2x-3}$ ; 2)  $\sqrt[6]{x+3}$ ; 3)  $\sqrt[6]{2x^2-x-1}$ ; 4)  $\sqrt[4]{\frac{2-3x}{2x-4}}$

1)  $\sqrt[3]{(x-2)^3}$  при а)  $x \geq 2$ ; б)  $x < 2$ ;

Ш. Упростить: 2)  $\sqrt{(3-x)^6}$  при а)  $x \leq 3$ ; б)  $x > 3$ ;

3)  $\sqrt[4]{(x+6)^4} + \sqrt{(x-3)^2}$ , если  $-1 < x < 2$ ;

4)  $\sqrt[6]{(2x+1)^6} - \sqrt[4]{(4+x)^4}$  если  $-3 < x < -1$ ;

IV. Доказать, что: 1)  $\sqrt{4+2\sqrt{3}} - \sqrt{4-2\sqrt{3}} = 2$ ;

2)  $\sqrt[3]{9+\sqrt{80}} + \sqrt[3]{9-\sqrt{80}} = 3$

У. Упростить выражения: 1)  $\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}} - \frac{\sqrt{a}+\sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}}$

**Выполнить решение заданий по алгоритму:**

- 1) Находим Область допустимых значений (ОДЗ);
- 2) Раскрываем скобки, если есть формулы, то применяем формулы сокращенного умножения;
- 3) Приводим подобные, если они есть;
- 4) Переносим известные в одну сторону, неизвестные в другую;
- 5) Находим значение неизвестной величины;
- 6) проверяем на принадлежность полученного значения ОДЗ или выполняем проверку;
- 7) Записываем ответ
- 8) Если дана задача, то составляем уравнение по условию задачи и далее, начинаем с пункта

### Практическая работа

1 ВАРИАНТ

1. РЕШИТЬ НЕРАВЕНСТВО

1)  $\sqrt{x+1} > 3$

2)  $\sqrt{(x+2)^2} < 1$

3)  $\sqrt{x^2-3x+2} > 2$

- Задача 1** Стрельба из спортивного пистолета по круглой мишени диаметром 1 м ведётся из точки прямой, перпендикулярной плоскости мишени и проходящей через её центр. На каком расстоянии от мишени должна быть точка выстрела, чтобы разность расстояний от неё до края мишени и до центра была не больше 2 см?

Указания:



Пусть  $A$  — точка выстрела,  $O$  — центр мишени,  $B$  — точка на окружности мишени (рис. 26). По условию  $BO = 50$  см. Обозначим  $AO = x$ , тогда  $AB = \sqrt{x^2 + 2500}$ . По условию задачи  $AB - AO \leq 2$ , т. е.  $\sqrt{x^2 + 2500} - x \leq 2$ , или

$$\sqrt{x^2 + 2500} \leq x + 2. \quad (1)$$

- Задача 2** Решить неравенство  $\sqrt{5 - x} < 4$ . (2)

- Задача 3** Решить неравенство  $\sqrt{x^2 - 3x} < 2$ . (3)

## 2 ВАРИАНТ

### 1. РЕШИТЬ НЕРАВЕНСТВО

1)  $\sqrt{x - 2} < 3$  ;

2)  $\sqrt{(x - 1)^2} > -2$

3)  $\sqrt{x^2 + 3x} < 2$  2.

- Задача** Решить неравенство  $\sqrt{3x + 1} \leq x + 1$ . (1)

Решить следующие неравенства: 3)  $\sqrt[6]{2x - 3} \geq 0$ ;

### 3 ВАРИАНТ

#### 1 РЕШИТЬ НЕРАВЕНСТВО

$$1) \sqrt{x+4} > 5$$

$$2) \sqrt{(x-2)^2} < 1$$

$$3) \sqrt{x^2-3x} > 0$$

#### 2 Задача Решить неравенство

$$\sqrt{x+3} > x+1.$$

(1)

3. Решить следующие неравенства: 3)  $\sqrt[4]{x+3} \geq 1$ ,

### 4 ВАРИАНТ

#### 1. РЕШИТЬ НЕРАВЕНСТВО

$$1) \sqrt{x-1} < 4$$

$$2) \sqrt{(x+3)^2} > 0$$

$$3) \sqrt{x^2-3x+2} < 2$$

#### 2 Задача Решить неравенство

$$\sqrt{x+1} > x$$

(1)

3. Решить следующие неравенства: 3)  $\sqrt[3]{2x^2-x-1} \geq 0$

### 5 ВАРИАНТ

#### 1 РЕШИТЬ НЕРАВЕНСТВО

$$1) \sqrt{x+6} > 7$$

$$2) \sqrt{(x-1)^2} < 5$$

$$3) \sqrt{x^2-5x+6} > 0$$

#### Задача Решить неравенство

$$\sqrt{3x+1} \leq 2x+1$$

(1)

3. Решить следующие неравенства: 3)  $\sqrt[4]{\frac{2-3x}{2x-4}} \geq 0;$

## 6 ВАРИАНТ

### 1. РЕШИТЬ НЕРАВЕНСТВО

1)  $\sqrt{x-4} < 3$

2)  $\sqrt{(x+1)^2} > -6$

3)  $\sqrt{x^2-3x} < 0$

2. **Задача** . Решить неравенство  $\sqrt[4]{\frac{2-3x}{2x-4}} \geq 2$  (1)

**Домашнее задание:**[1]. § 10 № 168; № 170 решить (Выполнение домашней контрольной работы)

**Литература основная :** Алимов Ш.А. «Алгебра и начала анализа» 10-11 класс с. 17-18

**Дополнительная:** Башмаков М.И. «Математика» М.: Высшая школа - 1994 , 542 с

## Практическая работа № 6: Решение задач на преобразование выражений содержащих корни натуральной степени.

Вид занятия. Практическая работа

Цель занятия.

**Учебная.** Дать определение понятия **корни натуральной степени.**

**Воспитательная:** воспитание нравственного поведения. Расширение кругозора.

**Обеспечение занятия.** Наглядные пособия: графики функции ( по свойствам)

1. Организационный момент
2. **Практическая работа** По теме: Арифметический корень; **корни натуральной степени**

**Литература основная :** Алимов Ш.А. «Алгебра и начала анализа» 10-11 класс с. 17-18

**Дополнительная:** Башмаков М.И. «Математика» М.: Высшая школа - 1994 , 542 с

**Ход занятия.** Практическая работа

- 1) Просмотрите конспект по теме: **Корни натуральной степени.**

2) Алимов Ш.А. «Алгебра и начала анализа» 10-11 класс с. 17-18

3) Образец решения

**Задача 1** Решить уравнение  $x^4 = 81$ .

► Запишем уравнение в виде  $x^4 - 81 = 0$ , или  $(x^2 - 9)(x^2 + 9) = 0$ .

Так как  $x^2 + 9 \neq 0$ , то  $x^2 - 9 = 0$ , откуда  $x_1 = 3$ ,  $x_2 = -3$ . ◀

Итак, уравнение  $x^4 = 81$  имеет два действительных корня  $x_1 = 3$ ,  $x_2 = -3$ . Их называют корнями четвёртой степени из числа 81, а положительный корень (число 3) называют арифметическим корнем четвёртой степени из числа 81 и обозначают  $\sqrt[4]{81}$ .

Таким образом,  $\sqrt[4]{81} = 3$ .

Арифметический корень  $n$ -й степени обладает следующими свойствами: если  $a \geq 0$ ,  $b > 0$ , а  $n$ ,  $m$  и  $k$  — натуральные числа, причем  $n \geq 2$ ,  $m \geq 2$ , то

1.  $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b}$ .

2.  $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ .

3.  $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$ .

4.  $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$ .

5.  $\sqrt[kn]{a^{mk}} = \sqrt[n]{a^m}$ .

**1 вариант**

1)  $\sqrt[6]{36^3}$ ;    2)  $\sqrt[12]{64^2}$ ;    3)  $\sqrt[4]{\left(\frac{1}{25}\right)^2}$ ;    4)  $\sqrt[8]{225^4}$ .

5)  $\sqrt[3]{10^6}$ ;    6)  $\sqrt[3]{3^{12}}$ ;    7)  $\sqrt[4]{\left(\frac{1}{2}\right)^{12}}$ ;    8)  $\sqrt[4]{\left(\frac{1}{3}\right)^{16}}$ .

9)  $\sqrt[3]{-8}$ ;    10)  $\sqrt[15]{-1}$ ;    11)  $\sqrt[3]{-\frac{1}{27}}$ ;

12)  $\sqrt[5]{-1024}$ ;    13)  $\sqrt[3]{-34^3}$ ;    14)  $\sqrt[7]{-8^7}$ .

Решить уравнение:

1)  $x^4 = 256$ ;    2)  $x^5 = -\frac{1}{32}$ ;    3)  $5x^5 = -160$ ;    4)  $2x^6 = 128$ .

**2 вариант**

$$\begin{array}{ll}
 1) \sqrt[3]{-125} + \frac{1}{8} \sqrt[6]{64}; & 2) \sqrt[5]{32} - 0,5 \sqrt[3]{-216}; \\
 3) -\frac{1}{3} \sqrt[4]{81} + \sqrt[4]{625}; & 4) \sqrt[3]{-1000} - \frac{1}{4} \sqrt[4]{256}; \\
 5) \sqrt[5]{\frac{1}{243}} + \sqrt[3]{-0,001} - \sqrt[4]{0,0016}.
 \end{array}$$

$$6) \sqrt[4]{11^4 \cdot 3^4}; \quad 7) \sqrt[5]{(0,2)^5 \cdot 8^5}; \quad 8) \sqrt[7]{\left(\frac{1}{3}\right)^7} \cdot 21^7.$$

## 2) Вычислить

$$\begin{array}{lll}
 1) \frac{\sqrt[3]{49} \cdot \sqrt[3]{112}}{\sqrt[3]{250}}; & 2) \frac{\sqrt[4]{54} \cdot \sqrt[4]{120}}{\sqrt[4]{5}}; & 3) \frac{\sqrt[4]{32}}{\sqrt[4]{2}} + \sqrt[6]{27^2} - \sqrt{\sqrt[3]{64}}; \\
 4) \sqrt[3]{3\frac{3}{8}} + \sqrt[4]{18} \cdot \sqrt[4]{4\frac{1}{2}} - \sqrt{\sqrt{256}}; & & \\
 5) \sqrt[3]{11 - \sqrt{57}} \cdot \sqrt[3]{11 + \sqrt{57}}; & 6) \sqrt[4]{17 - \sqrt{33}} \cdot \sqrt[4]{17 + \sqrt{33}}.
 \end{array}$$

## 3) Решить уравнения:

$$1) x^3 = 64; \quad 2) x^4 = 625; \quad 3) ) \quad x^2 = 25 \quad 4) ) \quad x^5 = 32$$

**Написать отчет и сдать на проверку**

Домашнее задание: [1] глава 2 § 5 с 32 решите № 66, № 74, № 69

Литература основная : Алимов Ш.А. «Алгебра и начала анализа» 10-11 класс с. 17-18

Дополнительная: Башмаков М.И. «Математика» М.: Высшая школа - 1994 , 542 с

## Практическая работа № 7 Решение задач и упражнений на применение свойств степени с действительным показателем

**Цель занятия. Практическая работа**

**Учебная.** Повторить определение степени числа. Основные свойства степени



**Воспитательная:** воспитание нравственного поведения. Расширение кругозора

## Практические задания

**Выполнить действия в примере**

$$1. \left(\frac{1}{5}\right)^{-3} \cdot 25^{-2} + (0,04)^2 \cdot 5^5 + (-125)^0 \cdot 81^{-2} \cdot 27^3 - 625 \cdot (0,2)^3$$

**Решение:**

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{5}\right)^{-3} \cdot 25^{-2} + (0,04)^2 \cdot 5^5 + (-125)^0 \cdot 81^{-2} \cdot 27^3 - 625 \cdot (0,2)^3 = \\ & = 5^3 \cdot (5^2)^{-2} + \left(\frac{1}{25}\right)^2 \cdot 5^5 + 1 \cdot (3^4)^{-2} \cdot (3^3)^3 - 5^4 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^3 = \\ & = 5^3 \cdot 5^{-4} + (5^{-2})^2 \cdot 5^5 + 3^{-8} \cdot 3^9 - 5^4 \cdot 5^{-3} = 5^{-1} + 5^{-4} \cdot 5^5 + 3 - 5 = \\ & = 5^{-1} + 5 + 3 - 5 = 0,2 + 3 = 3,2 \end{aligned}$$

**Практическая работа :**

**Выполнить действия:**

$$1. a^6 \cdot (-2a^3)^4 \cdot (a^{-3})^2 - 4 \cdot (-3a^2)^3 \cdot (2a^{-3})^{-2} - (7a^{-8})^0 \cdot (-5a^4)^2 \cdot (a^{-2})^{-2};$$

$$2. \frac{125 \cdot (0,2)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^6 \cdot 81 \cdot 27 \cdot 5^0}{(0,25)^2 \cdot 64}$$

$$3. 4^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^7 \cdot 81^0 \cdot 27 - \frac{27}{9^5 \cdot 3^{-4}}$$

4)

**1 Упростить выражение:**

$$1) x^{-2\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{1}{x^{-\sqrt{2}}-1}\right)^{\sqrt{2}+1}; \quad 2) \left(\frac{a^{\sqrt{3}}}{b^{\sqrt{3}-1}}\right)^{\sqrt{3}+1} \cdot \frac{a^{-1-\sqrt{3}}}{b^{-2}}.$$

**2 Сравнить числа:**

$$1) \sqrt[7]{\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)^2} \text{ и } \sqrt[7]{\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)^2};$$

$$2) \sqrt[5]{\left(1\frac{1}{4} - 1\frac{1}{5}\right)^3} \text{ и } \sqrt[5]{\left(1\frac{1}{6} - 1\frac{1}{7}\right)^3}.$$

**3 Решить уравнение:**

$$1) 6^{2x} = 6^{\frac{1}{5}}; \quad 2) 3^x = 27; \quad 3) 7^{3x} = 7^{10};$$

$$4) 2^{2x+1} = 32; \quad 5) 4^{2+x} = 1.$$



5 Упростить:

$$1) \frac{ab^{\frac{3}{2}} - b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} - 1}; \quad 2) \frac{b}{a-b} + \frac{b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}}.$$

6 Показать, что геометрическая прогрессия является бесконечно убывающей, если:

1)  $b_2 = -81$ ,  $S_2 = 162$ ;    2)  $b_2 = 33$ ,  $S_2 = 67$ ;

3)  $b_1 + b_2 = 130$ ,  $b_1 - b_3 = 120$ ;    4)  $b_2 + b_4 = 68$ ,  $b_2 - b_4 = 60$ .

7 Записать бесконечную периодическую десятичную дробь в виде обыкновенной: 1)  $1,10(209)$ ; 2)  $0,108(32)$ .

8 Найти сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии с положительными членами, если сумма первых трёх её членов равна 39, а сумма их обратных величин равна  $\frac{13}{27}$ .

9 Упростить выражение  $\sqrt{43 + 30\sqrt{2}} + \sqrt{43 - 30\sqrt{2}}$ .

10 Упростить выражение  $a = (4 - 3\sqrt{2})^2 + 8\sqrt{34 - 24\sqrt{2}} - \sqrt{5}$ .

Сравнить полученное число с нулём.

11 Сравнить числа  $a$  и  $b$ , если:

1)  $a = \frac{2}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} + \frac{5}{3 + 2\sqrt{2}}$ ,  $b = \frac{2}{\sqrt{8} - \sqrt{5}}$ ;

2)  $a = \sqrt{2} + \sqrt{3}$ ,  $b = \sqrt{10}$ ;

3)  $a = 5 - \sqrt{15}$ ,  $b = \sqrt{17} - 3$ ;

4)  $a = \sqrt{13} - \sqrt{12}$ ,  $b = \sqrt{12} - \sqrt{11}$ .

## Итог занятия      Домашнее задание [1] № 84, № 86

Литература основная : Алимов Ш.А. «Алгебра и начала анализа» 10-11 класс с. 17-18

Дополнительная: Башмаков М.И. «Математика» М.: Высшая школа - 1994 , 542

### Практическая работа № 8 Решение задач на применение основного логарифмического тождества

Вид занятия. Практическая работа

Цель занятия. Научить решать задачи, на применение Основного Логарифмического тождества для вычисления логарифмических выражений

Учебная. Повторить определение логарифма числа. Основное логарифмическое тождество. Показать применение логарифмов к решению логарифмических выражений

Воспитательная: воспитание нравственного поведения. Расширение кругозора

Знать основное логарифмическое тождество.

**Уметь применять основное логарифмическое тождество**

**Обеспечение занятия.** Наглядные пособия: графики функции ( по свойствам ), презентация на компьютере

1. Организационный момент
2. Изучение нового материала

Форма: эвристическая беседа. После введения понятия «Логарифмическая функция. Основные свойства »

**Ход занятия.**

- 1, *Введение.*
2. **Решение задач и упражнений на применение основного логарифмического тождества.**

**1) повторение**

1. Дать определение логарифмического тождества
2. дать определение логарифма (показатель степени. ..)
3. Чему равен логарифм произведения двух чисел? Привести пример
4. Чему равен логарифм частного двух чисел? Привести пример
5. Назовите основное логарифмическое тождество. Привести пример

Вычислить следующие выражения:

Образец решения

$$10^{\lg 5x} = 15 \rightarrow 5x = 15(:5) \rightarrow x = 3 \quad \text{Ответ } x = 3$$

1.Выполнить действия:

$$1) (a^{18} \cdot b^{29} \cdot c^{27} \cdot a^{23} \cdot b^{13}) : a^{25} b^{27} \cdot c^{25}$$

$$2) 10^{\lg 4x} = 18; \quad 3) 12^{\log_2 5}$$

$$4) 7^{\log_7 9}; \quad 5) 25^{\log_5 x}$$

$$6) 15^{\log_5 4x} = 28; \quad 7) 100^{\lg 5}$$

$$8) 49^{\log_7 9}; \quad 5) 125^{\log_5 x} = 12$$

**Итог занятия**

**Домашнее задание** [ 1 ] глава 4 § 15 с 92 решите № 274

**Литература основная :** Алимов Ш.А. «Алгебра и начала анализа» 10-11 класс с. 17-18

**Дополнительная:** Башмаков М.И. «Математика» М.: Высшая школа - 1994 , 542 с

**Практическая работа № 9 по Теме: Решение задач и упражнений на преобразование логарифмических выражений.**

Вид занятия. Практическая работа

**Цель занятия.**

**Учебная.** Повторить определение логарифма числа. Основное логарифмическое тождество. Показать применение логарифмов к **преобразованию логарифмических выражений.**

**Воспитательная:** воспитание нравственного поведения. Расширение кругозора

**Обеспечение занятия.** Наглядные пособия: графики функции ( по свойствам ), презентация на компьютере

1. Организационный момент

**Ход занятия.**

**. Повторение** 1. дать определение логарифма (показатель степени. ..)

2. Чему равен логарифм произведения двух чисел? Привести пример

3. Чему равен логарифм частного двух чисел? Привести пример

4. Назовите основное логарифмическое тождество. Привести пример

**преобразование логарифмических выражений.**

$$\lg(x-3) + \lg(x-2) = 1 - \lg 5 \rightarrow$$

$\lg(x-3)(x-2) = \lg 10 - \lg 5 \rightarrow \lg(x-3)(x-2) = \lg 10 : 5 \rightarrow \lg(x-3)(x-2) = \lg 2 \rightarrow (x-3)(x-2) = 2 \rightarrow x^2 - 5x + 6 - 2 = 0 \rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \rightarrow$  Корни квадратного уравнения найдем по т Виета (напомнить студентам теорему Виета) . Итак,  $x = 1$  и  $x = 4$  Найдем область определения:  $x - 3 > 0$  и  $x - 2 > 0 \rightarrow x > 3$  и  $x > 2 \rightarrow x > 3$ ; корень уравнения  $x = 1$  - не принадлежит области определения – посторонний или не является корнем исходного уравнения. Тогда второй корень уравнения  $x = 4$  является корнем исходного уравнения

**Ответ:**  $x = 4$ .

**Замечание.** Объяснить студентам, что не всегда необходимо находить ОДЗ, допускается проверка подстановкой, найденных корней уравнения в исходное.

Итак, подвести итог по изученным способам решения:

## Практическая работа

**1 вариант** 1. Прологарифмируйте по основанию 10 выражение  $7a^3 \cdot \sqrt[3]{b^2}$

2. Вычислить: а)  $\log_{49} 84 - \log_{49} 12$ ; б)  $\log_{72} 18 + \log_{72} 4$

3. Найдите x. Если  $\log x = 2\log_5 3 + \frac{1}{2} \log_5 49 - \frac{1}{3} \log_5 27$

4)  $\log_5 (x^2 - 10) = \log_5 9x$ ;

### 2 вариант

1. Прологарифмируйте по основанию 0 выражение  $10a^5 \cdot \sqrt[3]{b^4}$

2. Вычислить а)  $\log_{36} 84 - \log_{36} 14$ ; б)  $\log_2 192 - \log_2 3$

3. Найдите x. если  $\log_7 x = 2\log_7 5 + \frac{1}{2} \log_7 36 - \frac{1}{3} \log_7 125$

4)  $\log_7 (x^2 + 6x) = 1$ ;

### 3 вариант

1. Прологарифмируйте по основанию 10 выражение  $8a^5 \cdot \sqrt[3]{b^5}$

2. Вычислить а)  $\log_6 72 - \log_6 2$ ; б)  $\log_{27} 243 - \log_{27} 9$

3. Найдите x. если  $\log_8 x = \log_8 5 + \frac{1}{2} \log_8 121 - \frac{1}{3} \log_8 125$

4)  $\log_6 (x^2 - 5x) = 1$ ;

### 4 вариант

1. Прологарифмируйте по основанию 10 выражение  $100a^3 \cdot \sqrt[3]{b^{10}}$

2. Вычислить а)  $\log_{18} 252 - \log_{18} 14$ ; б)  $\log_{20} 40 + \log_{20} 10$

3. Найдите x. если  $\log_6 x = \log_6 5 + \frac{1}{2} \log_6 81 - \frac{1}{3} \log_6 343$

4.  $\log_5 (x^2 + 10) = \log_5 14$ ;

№. Вариант а	Ответ 1 задания	Ответ 2 задания		Ответ 3 задания	Ответ 4 задания
1.	$\lg 7 + 3\lg a + 2 3 \lg b $	а) 0,5;	б) 1;	24;	9
2.	$4 + 6\lg  a  + 0,6 \lg b$ ;	0,5;	6	30	- 7
3.	$\lg 8 + 5\lg a + 5 3 \lg b $	2	1	11	6

4.	$2 + 3\lg a  - 10\lg b $	1	2	45/7	2; - 2
----	--------------------------	---	---	------	--------

**Напишите отчет и сдайте преподавателю на проверку**

**Домашнее задание** [1] глава 3, § 15 с 92 **выполнение решений** № 273, № 278, №283, №286

**Литература основная** : Алимов Ш.А. «Алгебра и начала анализа» 10-11 класс с. 17-18

**Дополнительная:** Башмаков М.И. «Математика» М.: Высшая школа - 1994 , 542 с

**Практическая работа № 10 по теме: Логарифмические уравнения**

**Вид занятия. Практическая работа: Выполнение решения Логарифмических уравнений, сводящихся к простейшим.**

**Основные приемы решения логарифмических уравнений**

**Цель занятия.**

**Учебная.** Повторить определение логарифма числа. Основное логарифмическое тождество. Показать применение логарифмов к решению логарифмических уравнений

**Воспитательная:** воспитание нравственного поведения. Расширение кругозора

Знать вид простейших логарифмических уравнений, основные приемы решения логарифмических уравнений;

Уметь решать простейшие логарифмические уравнения и применять основные приемы решения логарифмических уравнений.

**Обеспечение занятия.** Наглядные пособия: графики функции ( по свойствам ), презентация на компьютере

1. Организационный момент
2. Изучение нового материала

Форма: эвристическая беседа. После введения понятия «Логарифмическая функция. Основные свойства »

**Литература основная** : Колмогоров «Алгебра и начала анализа» 10-11 класс

**Дополнительная:** Башмаков М.И. «Математика»М.: Высшая школа - 1994 , 542 с

**Ход занятия.**

1.Введение.

## Объяснение темы Решение Логарифмических уравнений.

### Логарифмические уравнения Основные приемы решения логарифмических уравнений

#### 1) повторение

1. Дать определение логарифмического уравнения (уравнение, содержащее переменную под знаком логарифма или в основании логарифма, называется логарифмическим.)

2. дать определение логарифма (показатель степени. ..)

3. Чему равен логарифм произведения двух чисел? Привести пример

4. Чему равен логарифм частного двух чисел? Привести пример

5. Назовите основное логарифмическое тождество. Привести пример

#### Решения логарифмических уравнений

2) Основные приемы решения логарифмических уравнений.. Решить следующие уравнения с объяснением № 39 (1. 2)

3) **1 способ** решения логарифмических уравнение ( **по определению** логарифма): Решая 1 уравнение, объяснить необходимость нахождения области определения логарифмической функции и показать применение определения логарифма

$\log_3(x-12)=2 \rightarrow (x-12=3^2) \rightarrow x=9+12 \rightarrow x=21$  ( Область определения:  $x-12 > 0 \rightarrow x > 12$ ) Действительно  $x=21 > 12$ .

Ответ.  $x=21$ .

4) 2-е уравнение решить на доске:  $\log_x 12 - \log_x 2 = \frac{1}{2} \rightarrow$

$$\log_x \frac{12}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \log_x 6 = \frac{1}{2} \Rightarrow x^{\frac{1}{2}} = 6 \Rightarrow \left(x^{\frac{1}{2}}\right)^2 = 6^2 \Rightarrow x = 36 \quad (x > 0)$$

Ответ:  $x=36$ .

**3 уравнение** объясняет преподаватель:  $\lg(x-3) + \lg(x-2) = 1 - \lg 5 \rightarrow$

$\lg(x-3)(x-2)=\lg 10-\lg 5 \rightarrow \lg(x-3)(x-2)=\lg 10:5 \rightarrow \lg(x-3)(x-2)=\lg 2 \rightarrow (x-3)(x-2)=2 \rightarrow x^2-5x+6-2=0 \rightarrow x^2-5x+4=0 \rightarrow$  Корни квадратного уравнения найдем по т Виета (напомнить студентам теорему Виета) . Итак,  $x=1$  и  $x=4$  ( Найдем область определения:  $x-3 > 0$  и  $x-2 > 0 \rightarrow x > 3$  и  $x > 2 \rightarrow x > 3$ ); корень уравнения  $x=1$  - не принадлежит области определения – посторонний или не является корнем исходного уравнения. Тогда в торой корень уравнения  $x=4$  является корнем исходного уравнения

Ответ:  $x=4$ .

**Замечание.** Объяснить студентам, что не всегда необходимо находить ОДЗ, допускается проверка подстановкой, найденных корней уравнения в исходное.

**4 уравнение** решить на доске ( решает студент)

$\lg^2 x + \lg x^2 = \lg^2 - 1$ ; Данное уравнение преобразуем к квадратному, решая которое относительно переменной имеем:  $\rightarrow$

$$\begin{cases} \lg^2 x + 2\lg x - \lg^2 2 + 1 = 0 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lg x = -1 - \lg 2 \\ \lg x = -1 + \lg 2 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lg x + \lg 2 = -1 \\ \lg x - \lg 2 = -1 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lg(2x) = -1 \\ \lg \frac{x}{2} = -1 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 10^{-1} \\ \frac{x}{2} = 10^{-1} \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0,05 \\ x = 0,2 \end{cases}$$

**Ответ:**  $x = 0,05$  и  $x = 0,2$ .

Необходимо **прологарифмировать** данное уравнение по основанию 10 и решить полученное уравнение:

$$X^{\lg x} = 100x \rightarrow \begin{cases} \lg x \cdot \lg x = \lg 100 + \lg x \\ x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lg^2 x - \lg x - 2 = 0 \\ x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lg x = -1 \\ \lg x = 2 \\ x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0,1 \\ x = 100 \end{cases}$$

**Ответ:** 0,1 и 100.

Итак, **подвести итог по изученным способам решения:**

- 1) по определению;
- 2) сведение к квадратному уравнению;
- 3) логарифмированием

### Практическая работа

1 вариант Решить следующие уравнения	2 вариант Решить следующие уравнения
1. $\log_4(x+10)=2$ ;	1. $\log_5(x+8)=2$ ;
2. $\log_x 2 + \log_x 3 = 1/3$ ;	2. $\log_2 x + \log_8 x = 8$ ;
3. $\lg^2 x + \lg x^2 = \lg^2 - 1$ ;	3. $2 \log_x 25 - 3 \log_{25} x = 1$ ;
4. $\log_x (3+x) + \log_x 4 = 0$	4. $\lg (7x-9)^2 + \lg(3x-4)^2 = 2$
5. $\log_3 (x^2 + 6) = \log_3 5x$ ;	5) $\log_5 (x^2 - 10) = \log_5 9x$ ;
6) $\log_{12} (x^2 - x) = 1$ ;	6) $\log_7 (x^2 + 6x) = 1$ ;
7) $\log_{0,3}^2 (x+1) - 4 \log_{0,3} (x+1) + 3 = 0$ ;	7) $\log_{0,6}^2 (x+3) + \log_{0,6} (x-3) =$ $= \log_{0,6} (2x-1)$

**Ответ:** 1 вариант: 1) 6; 2) 216; 3) 4)

2 вариант: 1)  $x = 17$ ; 2) 64; 3) 1/25; 4) 13/21

### Домашнее задание

[1] глава 4 с. 107 - 108 , §19 выучите способы решения уравнений

Дополнительное задание (для сильных студентов) (на оценку)

1)  $\frac{1}{5 - \lg x} + \frac{2}{1 + \lg x} = 1$ ; 2).  $\log_3 \log_4 \log^2_3(x - 3) = 0$ ; 3)  $x^x = x$  Ответы. 1) 100;  
1000 2) 28/9; 12 3) 1.

## Практическая работа № 11. Перпендикулярность прямой и плоскости

Вид занятия. **Практическая работа**

**Цель занятия.**

- **обучающая** – организовать самостоятельную деятельность учащихся по обобщению и систематизации знаний по теме «Прямая и плоскость»

- развивающая - формировать навыки пространственного воображения, умения

Находить уравнение прямой, уравнение плоскости, угол между прямыми, между плоскостями.

- воспитывающая – воспитание графической культуры учащихся; формирование умения аккуратного и точного (в соответствии с условиями задания) изображения графиков

**Метод обучения.** Репродуктивный и частично поисковый.

**Оборудование** для занятия. Учебное пособие по геометрии,

компьютер и презентация (слайды)

### Ход урока

#### **1. Актуализация прежних знаний**

На экране компьютера слайд с заданием, которое устно выполняют все студенты группы

#### **2. Повторение темы:**

### **Ход занятия**

1. Оргмомент

2. Повторить основные понятия по теме: Уравнения прямой и плоскости

### **Ход работы.**

1) Записать общее уравнение прямой на плоскости; общее уравнение



прямой в пространстве;

- 2) Записать общее уравнение плоскости;
- 3) Как вычисляется угол между плоскостями?
- 4) Условие параллельности 2-х прямых на плоскости
- 5) Условие параллельности 2-х плоскостей
- 6) Записать уравнение прямой в пространстве
- 7) Условие параллельности 2-х прямых в пространстве

### Практическая работа

Решить следующие задачи

- 1) Составить уравнение плоскости, проходящей через точку

$M(-2; 1; 4)$  параллельно плоскости  $3x+2y-7z+8=0$ .

- 2) задача Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $M_1(1; 1; 1)$ ,  $M_2(0; 1; -1)$  перпендикулярно плоскости  $x+y+z=0$ .

- 3) Проверить, что прямая  $\frac{x-3}{4} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{3}$  лежит в плоскости  $2x - y - 2z - 9 = 0$ ,

**Итог урока.**

13. Ответ.  $3x+2y-7z+32=0$ .

23. Ответ.  $-2x+y+z=0$ .

**Домашнее задание** [2], глава 1, §1, п.15-17; выполнение решения №117, 126

Повторить т.: Прямые на плоскости

### Практическая работа № 12 на тему: Решение задач по теме перпендикулярность прямых и плоскостей

Вид занятия. **Практическая работа**

**Цель занятия.**

- **обучающая** – организовать самостоятельную деятельность учащихся по

обобщению и систематизации знаний по теме «Прямая и плоскость»

- **развивающая** - формировать навыки пространственного воображения, умения

Находить уравнение прямой, уравнение плоскости, угол между прямыми, между плоскостями.

- **воспитывающая** – воспитание графической культуры учащихся; формирование умения аккуратного и точного (в соответствии с условиями задания) изображения графиков

**Метод обучения.** Репродуктивный и частично поисковый.

**Оборудование** для занятия. Учебное пособие по геометрии,  
компьютер и презентация (слайды)

### Ход занятия

#### *1.Актуализация прежних знаний*

На экране компьютера слайд с заданием, которое устно выполняют все студенты группы

#### **2.Повторение темы: Решение задач по теме перпендикулярность прямых и плоскостей**

#### **Ход работы. 1. Оргмомент**

- 1) Записать общее уравнение прямой на плоскости; общее уравнение прямой в пространстве;
- 2) Записать общее уравнение плоскости;
- 3) Как вычисляется угол между плоскостями?
- 4) Условие параллельности 2-х прямых на плоскости
- 5) Условие перпендикулярности 2-х прямых на плоскости
- 6) Условие параллельности 2-х плоскостей
- 7) Условие перпендикулярности 2-х прямых
- 8) Записать уравнение прямой в пространстве
- 9) Условие параллельности 2-х прямых в пространстве
- 10) Условие перпендикулярности 2-х прямых в пространстве

#### **Практическая работа**

##### **1 вариант**

Решить следующие задачи.

- 1) Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $M(-2; 3; 6)$  перпендикулярно плоскостям  $2x+3y-2z-4=0$  и  $3x+5y+z=0$ .
- 2) Вычислить угол между прямой  $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{2}$  и плоскостью  $x + 2y - 3z + 4 = 0$ ,
- 3) Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $M(-1; 2; -3)$  перпендикулярно прямой  $\frac{x+2}{4} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+3}{2}$ .

##### **2 вариант**

Решить следующие задачи.

1) Через точку  $M(1; 3; 2)$  провести прямую, перпендикулярно плоскости

$x - 2y + 2z - 3 = 0$ , Вычислите направляющие косинусы этой прямой.

2) Найти точку пересечения прямой  $\frac{x-2}{4} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+1}{5}$  с плоскостью

$$x + 2y - 3z - 4 = 0,$$

3) Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $M(-2; 3; 6)$  перпендикулярно плоскостям  $2x+3y-2z-4=0$  и  $3x+5y+z=0$ .

**Итог урока.**

**13. Ответ.  $13x-8y+z+44=0$ .**

**Домашнее задание. [3], глава 8, с. 252 №177, 180 выполните решение заданий**

1. Выучить основные понятия и формулы по т. Прямые и плоскости в пространстве;

**Занятие № 13 по теме:** Решение задач на определение координат векторов.

**Вид занятия.** Практическая работа

**Цель занятия.**

- обучающая – организовать самостоятельную деятельность учащихся по обобщению и систематизации знаний по теме «Координаты вектора»
- развивающая - формировать навыки пространственного воображения, умения

Находить координаты середины отрезка, Вычислять длину.

- воспитывающая – воспитание графической культуры учащихся; формирование умения аккуратного и точного (в соответствии с условиями задания) изображения графиков

**Оборудование** для занятия. Учебное пособие по геометрии,

компьютер и презентация (слайды)

**Ход занятия**

**1. Актуализация прежних знаний**

**Повторить:**

а) **Координаты середины отрезка.** В системе координат  $Oxyz$  отметим точку  $A$  с координатами  $(x_1; y_1; z_1)$  и точку  $B$  с координатами  $(x_2; y_2; z_2)$ . Выразим координаты  $(x; y; z)$  середины  $C$  отрезка  $AB$  через координаты его концов (рис. 1).

Так как точка  $C$  — середина отрезка  $AB$ , то

$$\vec{OC} = \frac{1}{2}(\vec{OA} + \vec{OB}). \quad (2)$$

(Это было доказано в курсе планиметрии.)

Координаты векторов  $\vec{OC}$ ,  $\vec{OA}$  и  $\vec{OB}$  равны соответствующим координатам трех точек  $C$ ,  $A$  и  $B$ :  $\vec{OC} \{x; y; z\}$ ,  $\vec{OA} \{x_1; y_1; z_1\}$  и  $\vec{OB} \{x_2; y_2; z_2\}$ . Записав равенство (2) в координатах, получим

$$x = \frac{1}{2}(x_1 + x_2), \quad y = \frac{1}{2}(y_1 + y_2), \quad z = \frac{1}{2}(z_1 + z_2).$$

Таким образом, каждая координата середины отрезка равна полусумме соответствующих координат его концов.

б) **Вычисление длины вектора по его координатам.** Докажем, что длина вектора  $\vec{a} \{x; y; z\}$  вычисляется по формуле

$$|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}. \quad (3)$$

Отложим на осях координат векторы  $\vec{OA}_1 = x\vec{i}$ ,  $\vec{OA}_2 = y\vec{j}$ ,  $\vec{OA}_3 = z\vec{k}$  и рассмотрим вектор  $\vec{OA} = \vec{OA}_1 + \vec{OA}_2 + \vec{OA}_3 = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} = \vec{a}$  (рис. 2). Длина

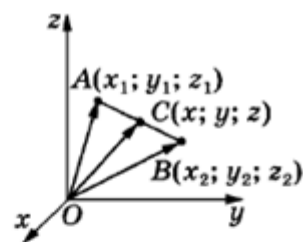


Рис. 1

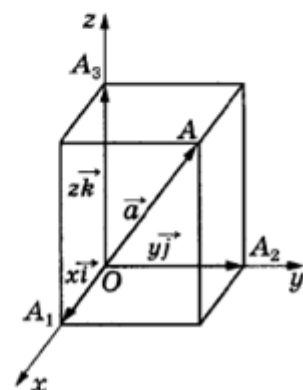


Рис. 2

вектора  $\vec{OA}$  выражается через длины векторов  $\vec{OA}_1$ ,  $\vec{OA}_2$  и  $\vec{OA}_3$  следующим образом:

$$|\vec{OA}| = \sqrt{|\vec{OA}_1|^2 + |\vec{OA}_2|^2 + |\vec{OA}_3|^2}. \quad (4)$$

## Практическая работа

Ответить на вопросы и решить следующие задания

### 1 вариант

Вопросы и задачи

Даны точки  $A(3; -1; 0)$ ,  $B(0; 0; -7)$ ,  $C(2; 0; 0)$ ,  $D(-4; 0; 3)$ ,  $E(0; -1; 0)$ ,  $F(1; 2; 3)$ ,  $G(0; 5; -7)$ ,  $H(-\sqrt{5}; \sqrt{3}; 0)$ . Какие из этих точек лежат на: а) оси абсцисс; б) оси ординат; в) оси аппликат; г) плоскости  $Oxy$ ; д) плоскости  $Oyz$ ; е) плоскости  $Oxz$ ?

- Даны векторы  $\vec{a} \{-1; 2; 0\}$ ,  $\vec{b} \{0; -5; -2\}$  и  $\vec{c} \{2; 1; -3\}$ . Найдите координаты векторов  $\vec{p} = 3\vec{b} - 2\vec{a} + \vec{c}$  и  $\vec{q} = 3\vec{c} - 2\vec{b} + \vec{a}$ .

### 2 вариант

1) Решить следующие задания

Даны координаты четырех вершин куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ :  $A (0; 0; 0)$ ,  $B (0; 0; 1)$ ,  $D (0; 1; 0)$  и  $A_1 (1; 0; 0)$ . Найдите координаты остальных вершин куба.

Запишите координаты векторов:  $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - 5\vec{k}$ ,  $\vec{b} = -5\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ ,  
 $\vec{c} = \vec{i} - \vec{j}$ ,  $\vec{d} = \vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{m} = \vec{k} - \vec{i}$ ,  $\vec{n} = 0,7\vec{k}$ .

2 Найдите координаты векторов, противоположных следующим векторам:  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$ ,  $\vec{k}$ ,  $\vec{a} \{2; 0; 0\}$ ,  $\vec{b} \{-3; 5; -7\}$ ,  $\vec{c} \{-0,3; 0; 1,75\}$ .

Домашнее задание [3] , глава 5 ,§ 3.10 с.68 выполните решение заданий № 3.44, № 3.45

## Практическая работа № 14: Решение задач на перебор вариантов.

Вид занятия. Практическая работа

Цель занятия.

Учебная. Дать определение понятия перестановки Размещения и сочетания.

Воспитательная: воспитание нравственного поведения. Расширение кругозора.

Обеспечение занятия. Наглядные пособия: графики функции ( по свойствам)

1. Организационный момент
2. Практическая работа

Форма: эвристическая беседа. После введения понятия действительного числа. Действия над ними

Литература основная : Колмогоров «Алгебра и начала анализа» 10-11 класс

Дополнительная: Башмаков М.И. «Математика» М.: Высшая школа - 1994 , 542 с

Ход занятия. Практическая работа

### 1 вариант

Выполнить следующие задания

1. Сколько различных слов (пусть и не имеющих смысла) можно получить путем перестановки букв в слове “ДУБЛЕНКА”? ( $8! = 40320$ )

2. В заезде на ипподроме участвуют 12 рысаков. Играющие в тотализатор заполняют карточки, в которых указывают порядок, в котором, по их мнению, рысаки придут к финишу. Будем считать, что к финишу одновременно не могут прийти два и более рысаков. Сколько вариантов заполнения карточек существует? ( $12!$ )

3. На заседании Думы 14 депутатов записались на выступления. Сколько вариантов списков выступающих может быть составлено, если списки отличаются только порядком? ( $14!$ ) Подсчитайте количество расстановок депутатов в списке выступающих, если известно, что некоторые депутаты “Ж” и “З” уже добились, чтобы их включили в список выступающих под номерами соответственно 3 и 7.

4. Выходной алфавит абстрактного автомата содержит четыре буквы:  $y_0, y_1, y_2, y_3$ . Сколько разных выходных слов может выработать автомат при условии, что в выходном слове 2 раза встречаются буквы  $y_0$ , 4 раза буква  $y_1$ , 3 раза буква  $y_2$  и 1 раз буква  $y_3$ ?
5. Найти число перестановок из трёх элементов:  $a, b, c$ .
6. Найти число размещений из четырёх элементов  $a, b, c, d$  по два.
7. П р и м е р. Из 28 костей домино берутся 2 кости. В каком числе комбинаций вторая кость будет приложима к первой?

## 2.вариант

Выполнить следующие задания

П р и м е р.1. Найдите количество перестановок букв слова КОМ-БИНАТОРИКА

2. У школьника 2 авторучки, 4 карандаша и 1 резинка. Он раскладывает эти предметы на парте в ряд. Сколько вариантов раскладки?

3. Рыбаки поймали 5 подлещиков, 4 красноперки и 2 уклейки, посолили и вывесили на солнце сушиться. Сколько вариантов развешивания рыбы на нитке?

4. На узком участке трассы в линию движутся гонщики. Из них 5 на российских автомобилях, 6 – на американских и 3 – на итальянских. Сколько существует разных комбинаций машин на трассе, если нас интересует только принадлежность автомобиля конкретной стране?

5. Найти число размещений из четырёх элементов  $a, b, c, d$  по два.

6. Найти число сочетаний из пяти элементов:  $a, b, c, d, e$  по три.

7.П р и м е р . Найти число сочетаний из пяти элементов:  $a, b, c, d, e$  по три.

## Ответы и указания

П р и м е р. Из 28 костей домино берутся 2 кости. В каком числе комбинаций вторая кость будет приложима к первой?

На первом шаге имеется два варианта: выбрать дубль (7 комбинаций) или не дубль (21 комбинация). В первом случае имеется 6 вариантов продолжения, во втором – 12.

Общее число благоприятных комбинаций равно:  $7 \cdot 6 + 21 \cdot 12 = 294$ .

А всего вариантов выбора 2 костей из 28 равно 378; т. е. при большом числе экспериментов в 7 случаях из 9 ( $294/378 = 7/9$ ) при выборе 2 костей одна кость окажется приложимой к другой.

4. Пароль состоит из двух букв, за которыми следуют 4 цифры или из 4 букв, за которыми следуют 2 цифры. Сколько можно составить разных паролей, если из 33 букв русского алфавита используются только буквы: а, б, в, г, д, е, ж, и, к, л, м, н, п, р, с, т и все десять цифр? А сколько можно получить разных паролей, если из множества букв исключить дополнительно буквы а, е и с, а к 10 цифрам добавить символ \*?

Написать отчет и сдать на проверку

Домашнее задание [1], глава 11, с 324 №1099, с. 324 1101 решение заданий

Литература основная : Алимов Ш.А. «Алгебра и начала анализа» 10-11 класс с. 17-18

Дополнительная: Башмаков М.И. «Математика» М.: Высшая школа - 1994 , 542 с

## Практическая работа № 15 на тему: Изучение тем: генеральная совокупность Среднее арифметическое. Медиана

Цель учебная:

повторить тему случайные величины, числовые характеристики

**Цель воспитательная:** нравственное поведение, аккуратное и грамотное оформление записей

**Обеспечение занятия:**

**Наглядные пособия:** плакаты ;

**Содержание занятия:**

I Организационный момент

II **Повторение.** Форма: устный опрос по теме: Отношения: случайные события ; достоверные события; числовые характеристики

Работа по карточкам: проверка по ходу занятия

**Изучение материала генеральная совокупность Среднее арифметическое.  
Медиана**

### 1).ОСНОВНЫЕ СПОСОБЫ ОРГАНИЗАЦИИ ВЫБОРКИ

#### 2) Выборочное среднее. Среднее арифметическое Медиана

**Генеральная совокупность, генеральная выборка** (от лат. *generis* — *общий, родовой*)(в англ. терминологии — *population*) — совокупность всех объектов (единиц), относительно которых учёный намерен делать выводы при изучении конкретной проблемы.

Генеральная совокупность состоит из всех объектов, которые имеют качества, свойства, интересующие исследователя. Иногда генеральная совокупность — это все взрослое население определённого региона (например, когда изучается отношение потенциальных избирателей к кандидату), чаще всего задаётся несколько критериев, определяющих объекты исследования. Например, женщины 10-89 лет, использующие крем для рук определённой марки не реже одного раза в неделю, и имеющие доход не ниже 5 тысяч рублей на одного члена семьи.

**статистическая совокупность** - множество единиц, обладающих массовостью, типичностью, качественной однородностью и наличием вариации.

Статистическая совокупность состоит из материально существующих объектов (Работники, предприятия, страны, регионы), является объектом статистического исследования.

**Единица совокупности** — каждая конкретная единица статистической совокупности.

Одна и та же статистическая совокупность может быть однородна по одному признаку и неоднородна по другому.

**Качественная однородность** — сходство всех единиц совокупности по какому-либо признаку и несходство по всем остальным.

В статистической совокупности отличия одной единицы совокупности от другой чаще имеют количественную природу. Количественные изменения значений признака разных единиц совокупности называются вариацией.

**Вариация признака** — количественное изменение признака (для количественного признака) при переходе от одной единицы совокупности к другой.

**Признак** - это свойство, характерная черта или иная особенность единиц, объектов и явлений, которая может быть наблюдаема или измерена. Признаки делятся на количественные и качественные. Многообразие и изменчивость величины признака у отдельных единиц совокупности называется **вариацией**.

Атрибутивные (качественные) признаки не поддаются числовому выражению (состав населения по полу). Количественные признаки имеют числовое выражение (состав населения по возрасту).

**Показатель** — это обобщающая количественно качественная характеристика какого-либо свойства единиц или совокупности в целом в конкретных условиях времени и места.

**Система показателей** — это совокупность показателей всесторонне отражающих изучаемое явление.

**Например, изучается зарплата:**

- Признак — оплата труда
  - Статистическая совокупность — все работники
  - Единица совокупности — каждый работник
    - Основу статистического исследования составляет множество данных, полученных в результате измерения одного или нескольких признаков. Реально наблюдаемая совокупность объектов, статистически представленная рядом наблюдений  $x_1, x_2, \dots, x_n$  случайной величины  $X$ , является **выборкой**, а гипотетически существующая (домысливаемая) — **генеральной совокупностью**. Генеральная совокупность может быть конечной (число наблюдений  $N = \text{const}$ ) или бесконечной ( $N = \infty$ ), а выборка из генеральной совокупности — это всегда результат ограниченного ряда  $n$  наблюдений. Число наблюдений  $n$ , образующих выборку, называется **объемом выборки**. Если объем выборки  $n$  достаточно велик ( $n \rightarrow \infty$ ) выборка считается **большой**, в противном случае она называется выборкой **ограниченного объема**. Выборка считается **малой**, если при измерении одномерной случайной величины  $X$  объем выборки не превышает 30 ( $n \leq 30$ ), а при измерении одновременно нескольких ( $k$ ) признаков в многомерном пространстве отношение  $n$  к  $k$  не превышает 10 ( $n/k < 10$ ). Выборка образует **вариационный ряд**, если ее члены являются **порядковыми статистиками**, т. е. выборочные значения случайной величины  $X$  упорядочены по возрастанию (ранжированы), значения же признака называются **вариантами**.
    - **Пример.** Практически одна и та же случайно отобранная совокупность объектов — коммерческих банков одного административного округа Москвы, может рассматриваться как выборка из генеральной совокупности всех коммерческих банков этого округа, и как выборка из генеральной совокупности всех коммерческих банков Москвы, а также как выборка из коммерческих банков страны и т.д.
  - **ОСНОВНЫЕ СПОСОБЫ ОРГАНИЗАЦИИ ВЫБОРКИ**
- 
- Достоверность статистических выводов и содержательная интерпретация результатов зависит от **репрезентативности** выборки, т.е. полноты и адекватности



представления свойств генеральной совокупности, по отношению к которой эту выборку можно считать представительной. Изучение статистических свойств совокупности можно организовать двумя способами: с

помощью **сплошного и несплошного наблюдения**. **Сплошное наблюдение** предусматривает обследование

всех **единиц** изучаемой **совокупности**, а **несплошное (выборочное) наблюдение** — только его части.

■ **Существуют пять основных способов организации выборочного наблюдения:**

- 1. **простой случайный отбор**, при котором  $n$  объектов случайно извлекаются из генеральной совокупности  $N$  объектов (например с помощью таблицы или датчика случайных чисел), причем каждая из возможных выборок имеют равную вероятность. Такие выборки называются **собственно-случайными**;
- 2. **простой отбор с помощью регулярной процедуры** осуществляется с помощью механической составляющей (например, даты, дня недели, номера квартиры, буквы алфавита и др.) и полученные таким способом выборки называются **механическими**;
- 3. **стратифицированный отбор** заключается в том, что генеральная совокупность объема  $N$  подразделяется на подсовокупности или слои (страты) объема  $N_1, N_2, \dots, N_r$  так что  $N_1 + N_2 + \dots + N_r = N$ . Страты представляют собой однородные объекты с точки зрения статистических характеристик (например, население делится на страты по возрастным группам или социальной принадлежности; предприятия — по отраслям). В этом случае выборки называются

■ **ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПАРАМЕТРОВ ГЕНЕРАЛЬНОЙ И ВЫБОРОЧНОЙ СОВОКУПНОСТИ**

- В основе статистических выводов проведенного исследования лежит распределение случайной величины  $X$ , наблюдаемые же значения ( $x_1, x_2, \dots, x_n$ ) называются реализациями случайной величины  $X$  ( $n$  — объем выборки). Распределение случайной величины  $X$  в генеральной совокупности носит теоретический, идеальный характер, а ее выборочный аналог является **эмпирическим** распределением. Некоторые теоретические распределения заданы аналитически, т.е. их **параметры** определяют значение функции распределения  $F(x)$  в каждой точке пространства возможных значений случайной величины  $X$ . Для выборки же функцию распределения определить трудно, а иногда невозможно, поэтому **параметры** оценивают по эмпирическим данным, а затем их подставляют в аналитическое выражение, описывающее теоретическое распределение. При этом предположение (или **гипотеза**) о виде распределения может быть как статистически верным, так и ошибочным. Но в любом случае восстановленное по выборке эмпирическое распределение лишь грубо характеризует истинное. Важнейшими параметрами распределений являются **математическое ожидание  $\mu$**  и **дисперсия  $\sigma^2$** .
- **$k_n = n/N$ .**
- **Выборочная доля  $w$**  — это отношение единиц, обладающих изучаемым признаком  $x$  к объему выборки  $n$ :
- **$w = n_n/n$ .**
- **Выборочное среднее и выборочная дисперсия**
- Иногда исследователь ставит перед собой более конкретную проблему: как, основываясь на выборке, оценить интересующие его числовые характеристики неизвестного распределения, не прибегая к приближению этого распределения как такового, то есть без построения выборочных функций распределения, гистограмм и т.п.

- В данном параграфе мы обсудим простые (но, как увидим в дальнейшем, весьма хорошие) выборочные аппроксимации для математического ожидания и дисперсии. Замечательно то, что они применимы в очень общей ситуации. Мы

будем предполагать, что независимая выборка  $x = (x_1, \dots, x_n)$  взята из неизвестного распределения, у которого существует математическое ожидание и дисперсия (обозначим эти неизвестные значения через  $a$  и  $d$  соответственно).

- **Определение 6.2**

$$\bar{x} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{x_1 + \dots + x_n}{n}$$

Величины, вычисляемые по выборке,

$$s^2 \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (30)$$

называются *выборочным средним* и *выборочной дисперсией*.

Следует особо подчеркнуть, что определенные выше величины зависят только от выборки. Следующее предложение объясняет, почему естественно считать  $\bar{x}$  выборочным аналогом математического ожидания, а  $s^2$  -- выборочным аналогом дисперсии.

### Среднее значение. Оценка среднего значения случайной величины

При измерении получили несколько  $i = 1, \dots, m$  значений случайной величины  $x_i$ . Сначала исключаем промахи, то есть заведомо неверные результаты.

- 2) По оставшимся  $n$  значениям определяем среднее значение величины  $\langle x \rangle$ :

$$\langle x \rangle = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i)^2}{n}$$

- 3) Определяем среднеквадратичную погрешность среднего значения  $\langle x \rangle$ :

$$\sigma_{\langle x \rangle} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \langle x \rangle)^2}{(n-1) \cdot n}}$$

Повторить понятие « Медиана »

**Медиана** — это статистическая характеристика, которая определяет

середину выборки, то есть половина чисел, образующих выборку, имеют значения большие, чем медиана, а половина чисел имеют значения меньшие, чем медиана. Не нужно путать среднее с медианой. Так, для магазина № 1 среднее число покупателей,

согласно проведенным выше расчетам, равно 70, в то время как медиана равна 90. В самом деле, если выстроить количество покупателей в разные дни недели по возрастанию, то будет получена следующая последовательность:

50, 70, 80, 90, 120, 140, 150. Очевидно, что в этой последовательности три значения 50, 70, и 80 меньше, чем 90, и три значения 120, 140, 150 — больше. Следовательно, 90 является медианой рассматриваемой выборки.

Аналогичный характер имеют характеристики, которые называются

**квартилями**, каждый из них определяет

положение четвертой части выборки. Так, первый квартиль — это число, меньше которого 25% выборки.

Второй квартиль совпадает с медианой, так как он определяется числом, меньше которого 50% выборки.

А третий квартиль определяется числом, меньше которого 75% выборки.

Следующая статистическая характеристика **мода** определяется как наиболее часто встречающееся в выборке

значение случайной величины. Так, в выборке {5,6,5, 4,4, 3, 2, 4} мода равняется 4.

## Практическая работа

**Выполнить следующие задания:**

**1Пример. Найти выборочную долю брака , если**

В партии товара, содержащей 1000 ед., при 5% выборке

**доля выборки  $k_n$**  в абсолютной величине составляет 50 ед.

( $n = N \cdot 0,05$ ) в этой выборке обнаружено 2 бракованных изделия

2.Для оценки скорости расчета с кредиторами в банке проведена

случайная выборка 10 платежных документов. Их значения оказались равными (в днях): 10; 3; 15; 15; 22; 7; 8; 1; 19; 20.

- Необходимо с вероятностью  **$P = 0,954$**  определить предельную ошибку  **$\Delta$**  выборочной средней и доверительные пределы среднего
- времени расчетов.

Среди трёх совокупностей, представленных таблицами распределения, выявить ту совокупность, значения которой имеют меньший разброс данных около своего среднего.

X	1	2	4	5
M	2	1	3	2

Y	-2	0	1	2	3
M	2	3	2	2	1

Z	-5	-4	-2	3
M	1	3	3	1

3)

Найти размах, моду, медиану и среднее выборки значений случайной величины  $X$ , распределение которых по частотам  $M$  задано таблицей:

1)

X	-1	0	1	3	5	6
M	2	3	4	1	1	1

2)

X	-2	-1	0	2	3	4
M	1	2	4	4	1	1

4)

Найти моду выборки:

- 1) 4, 15, 6, 7, 3, 6, 8;      2) 18, 9, 5, 3, 7, 9, 1;  
3) 1, 3, 5, 1, 4, 3, 2;      4) 6, 8, 5, 4, 8, 3, 6.

Найти медиану выборки:

- 1) 17, 12, 34, 18, 6;      2) 24, 15, 13, 20, 21;  
3) 4, 1, 8, 9, 13, 10;      4) 15, 6, 12, 8, 9, 14.

Найти среднее значение выборки:

- 1) 24, -5, 13, -8;      2) 7, 16, -9, -2, 10;  
3) 0,3, 0,8, 0,2, 0,5, 0,8, 0,2;  
4) 1,3, 1,4, 1,3, 0,9, 0,9, 1,4.

Найти моду, медиану и среднее выборки:

- 1) 3, -2, 1, 0, 2, -1;      2) 7, 4, -1, 3, -3, 0.

## Итог занятия

Домашнее задание [1] глава 13 ,§ 72 с.374 выполнение решения заданий №1195,1197

Литература основная : Алимов Ш.А. «Алгебра и начала анализа» 10-11 класс с. 17-18

Дополнительная: Башмаков М.И. «Математика» М.: Высшая школа - 1994 , 542 с

## Практическая работа № 16. Решение заданий на соотношение между тригонометрическими функциями одного аргумент

Повторение темы:

**Цели:** повторить единицы измерения угловых величин, геометрический смысл числа  $\pi$  и его значение: рассмотреть понятие «числовая окружность», закрепить изученное в ходе выполнения упражнений.

**Ход занятия:**

### 1. Повторение изученного материала

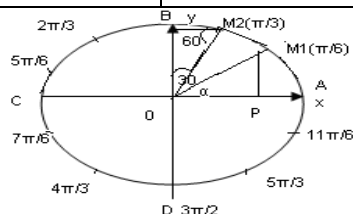
а)  $M_2\left(\frac{3\pi}{4}\right)$ ; во 2 четверти  $x < 0; y > 0$ :  $M_2\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ; аналогично:

$$M_3\left(\frac{5\pi}{4}\right): M_3\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right); \quad M_4\left(\frac{7\pi}{4}\right): M_4\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

Полученные данные сведем в таблицу:

**Макет 2**

Точка <b>M</b>	$M_1$	$M_2$	$M_3$	$M_4$
Значение абсциссы <b>x</b> точки <b>M</b>	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
Значение ординаты <b>y</b> точки <b>M</b>	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$



**п 30**

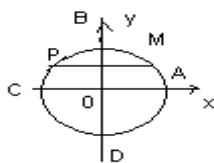
а)  $M_1\left(\frac{\pi}{6}\right)$ ; Из  $\triangle O M_1 P$ :  $M_1 P = \frac{1}{2} O M_1 = \frac{1}{2}$ ;  $y = \frac{1}{2}$ ;  
 $O P = \sqrt{O M^2 - M P^2}$ ;  $O P = \pm \sqrt{\frac{3}{4}}$ , т.к.  $x > 0 \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ;  $M_1\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$

б)  $M_2\left(\frac{\pi}{3}\right)$ :  $\triangle O K M$ :  $M_2\left(\frac{\pi}{3}\right)$  или  $M_2\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

### 3. Пример 1.

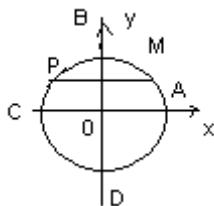
а)  $P_1\left(\frac{45\pi}{4}\right)$ :  $\frac{45\pi}{4} = 10\pi + \frac{5\pi}{4} = 2\pi \cdot 5 + \frac{5\pi}{4} \Rightarrow P_1\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

4. **Пример 2.** Точка  $M\left(\frac{\pi}{6} + 2\pi k\right)$ ,  $k \in \mathbb{Z}$



Точка  $P\left(\frac{5\pi}{6} + 2\pi k\right)$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ . Две серии значений.

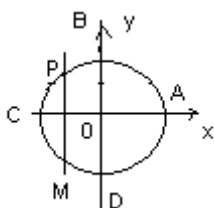
**Пример 3.**



$$y > \frac{1}{2}; \frac{\pi}{6} + 2\pi k < t < \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$-\frac{7\pi}{6} + 2\pi k < t < \frac{\pi}{6} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}, y < \frac{1}{2}.$$

6. **Пример 4**



$$t > -\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{3\pi}{4} + 2\pi k < t < \frac{3\pi}{4} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z};$$

$$t < -\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{3\pi}{4} + 2\pi k < t < \frac{5\pi}{4} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z};$$

### Решение типовых задач

**Цель:** закрепить изучаемый материал в ходе решения задач

1) Чему равна точная радианная мера дуг: 1)  $240^\circ$ ;  $300^\circ$ ?

**Ответы и решение:** 1)  $\alpha = \pi / 180 * 240 = 4\pi / 3$ ; 2)  $\alpha = \pi / 180 * 300 = 5\pi / 3$

2) Чему равна точная градусная мера дуг: 1)  $7\pi / 6$ ; 2)  $5\pi / 4$ ?

**Ответы и решение:** 1)  $\alpha = 180 / \pi * 7\pi / 6 = 210^\circ$ ; 2)  $\alpha = 180 / \pi * 5\pi / 4 = 225^\circ$

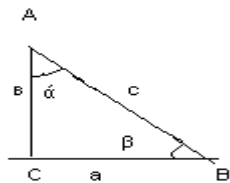
3) Колесо  $R = 0,65$ , повернулось на угол  $1,4$  рад.. Найти длину пути, пройденного точкой обода колеса.

**Решение:**  $l = \alpha * R$ ;  $l = 1,4 * 0,65 = 0,91$  (м)

- 4) Точка колеса находится от его центра на расстоянии 0,56 м, равномерно вращается с линейной скоростью 4,6 м/с. Найти период вращения колеса.

**Решение:**  $T = \frac{2\pi R}{v}$ ;  $T = \frac{2\pi \cdot 0,56}{4,6} \approx 0,76$  (с)

**Дополнительно:** Определите тригонометрические функции через катеты и гипотенузу прямоугольного треугольника



$\alpha$   $\beta$

$$\frac{a}{c} = \sin \alpha; \quad \frac{b}{c} = \cos \alpha; \quad \frac{a}{b} = \operatorname{tg} \alpha; \quad \frac{b}{a} = \operatorname{ctg} \alpha$$

или

$$\frac{b}{c} = \sin \beta; \quad \frac{a}{c} = \cos \beta; \quad \frac{a}{b} = \operatorname{ctg} \beta; \quad \frac{b}{a} = \operatorname{tg} \beta$$

- 5) Указать наименьшее значение функции  $y = 6 + \cos 2x$  **Ответ:** 5.  
 6) Указать наибольшее значение функции  $y = 2 + \sin x/2$ . **Ответ:** 3.  
 Указать наименьшее значение функции  $y = 2 + \sin x/2$ . **Ответ:** 1.  
 7) Указать наибольшее значение функции  $y = -5 + \sin x/2$ . **Ответ:** - 4.  
 8)

## Практическая работа

### 1 вариант

Нахождение одной тригонометрической функции по заданному значению другой  
 1 вариант Известно,  $\sin \alpha = \frac{1}{2}$  Найти

$$\cos \alpha = ? \quad \frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi, \text{ Известно, } \cos \alpha = -\frac{3}{4} \text{ Найти}$$

$$\sin \alpha = ? \quad \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}, \text{ - 3 четверть синус в 3 четверти имеет знак минус}$$

1) Известно,  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$  Найти  $\cos \alpha = ? \quad \frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi$

### 2 вариант

1) **Решить :** Известно,  $\sin \alpha = -\frac{5}{6}$  Найти  $\cos \alpha = ?$   $\frac{3\pi}{2} \leq \alpha \leq 2\pi$

**Указание:** -4 четверть; косинус в 4 четверти имеет знак плюс.

Известно,  $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$  Найти  $\sin \alpha = ?$   $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ , -3

четверть; синус в 3 четверти имеет знак минус

2) Известно,  $\cos \alpha = -\frac{7}{8}$  Найти  $\sin \alpha = ?$   $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ , -2

четверть; синус во 2 четверти имеет знак плюс

3) Известно,  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$  Найти  $\cos \alpha = ?$   $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$

1 вариант 1)  $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$  2)  $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{7}}{4}$   
 Ответы:

2 вариант

**Итог занятия Домашнее задание** [1], глава 5 ,§ 21 с.117-120 прочитайте и выполните решение заданий на с. 131 №438, 448, 458

**Литература основная :** Алимов Ш.А. «Алгебра и начала анализа» 10-11 класс с. 17-18

**Дополнительная:** Башмаков М.И. «Математика» М.: Высшая школа - 1994 , 542 с

## Занятие № 17. РЕШЕНИЕ ЗАДАНИЙ НА ПРИМЕНЕНИЕ ЧЕТНОСТИ И НЕЧЕТНОСТИ ФУНКЦИЙ

**цель:** повторить определения четных и нечетных функций, привести примеры четных и нечетных функций; особенности графика четных и нечетных функций, закрепить изученное в ходе выполнения упражнений.

**Ход занятия:**

### 1. Повторение изученного материала

**Цели:** Повторить определения четных и нечетных функций

Ход занятия

Повторить:



- 2) Определение четной функции (Привести примеры четной функции)
- 3) Особенности графика четной функции
- 4) Определение нечетной функции (Привести примеры нечетной функции)
- 5) Особенности графика нечетной функции
- 6) Выполнить следующие задания:

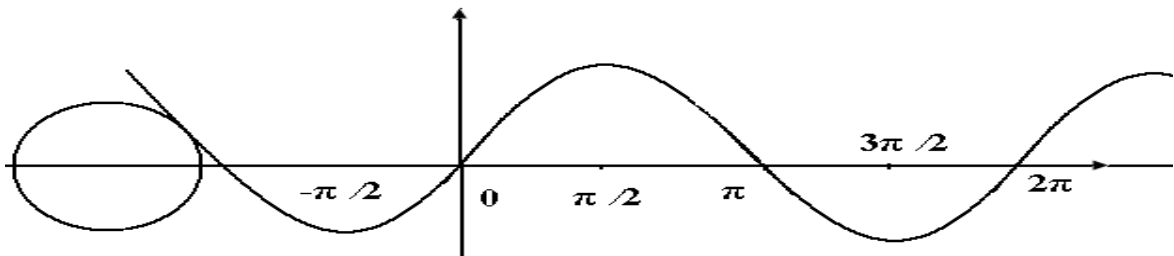
1. Установить четность или нечетность функций

a)  $y = \sin x \cdot \cos x$ ;    b)  $y = \frac{\cos x}{1+x^2}$ ;    c)  $y = \frac{\sin x}{\cos x}$

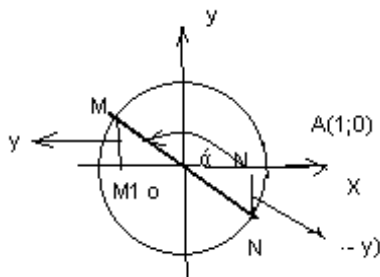
d)  $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{\sin x + \cos x}$

- 7) Построить график функции, используя особенности графика четной функции и особенности графика нечетной функции  $y=x^4$ ;  $y=x^3$ ;  $y = \sin x$ ;  $y = \cos x$

РЕШЕНИЕ: Построить график функции  $y = \sin x$ ;



Исследуем на четность тригонометрические функции



На числовой единичной окружности построим точки  $M_1$  и  $M_2$ , полученные поворотом точки  $A(1;0)$  на углы  $\alpha$  и  $-\alpha$  соответственно. Точки  $M_1$  и  $M_2$ , имеют одну и ту же абсциссу и равные по абсолютной величине, но противоположные по знаку ординаты. По определению тригонометрических функций эта абсцисса является косинусом, а ординаты - синусами соответствующих углов.

Следовательно  $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$ ;  $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$ , т.е. косинус – четная функция, а синус - нечетная функция.

И так,

1. Область определения  $y = \sin x$ :  $x \in (-\infty; \infty)$
2. Область значений функции  $y \in [-1; +1]$  - отрезок  $[-1; +1]$ ;

**3. Нечетная:  $\sin(-x) = -\sin x$**

4. Периодическая функция  $\sin(x \pm 2\pi n) = \sin x$ ;  $n \in \mathbb{Z}$  -  $T = 2\pi$

5. Непрерывная

б) Функция возрастает на  $[-\pi/2; \pi/2] \pm 2\pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ ;

убывает на  $[\pi/2; 3\pi/2] \pm 2\pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ .

РЕШЕНИЕ: Построить график функции  $y = \cos x$ ;

- 1) Область определения:  $x \in (-\infty; \infty)$
- 2) Область значений функции  $y \in [-1; +1]$ ; отрезок  $[-1; +1]$
- **3) Четная:  $\cos(-x) = \cos x$ ; График функции симметричен относительно оси ОУ**
- Периодическая функция

$\cos(x \pm 2\pi n) = \cos x$ ;  $n \in \mathbb{Z}$  -  $T = 2\pi$

- Непрерывная на всей числовой прямой
- Функция возрастает на  $[\pi; 2\pi] \pm 2\pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ ;

убывает на  $[0; \pi] \pm 2\pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$

) Четность и нечетность.

Из свойств четности и нечетности тригонометрических функций следует тот факт, что  $\sin(-x) = -\sin(x)$ ,  $\cos(-x) = \cos(x)$  для любых действительных значений  $x$ ; справедливы равенства  $\operatorname{tg}(-t) = -\operatorname{tg}(t)$  и  $\operatorname{ctg}(-t) = -\operatorname{ctg}(t)$

## Практическая работа

1. На рисунке изображена часть графика периодической функции на отрезке  $[-2; 2]$ , длина которого равна периоду функции. Постройте график функции на отрезках  $[-6; -2]$ ,  $[2; 3]$ .

2. Постройте график периодической функции  $y = f(x)$ , с периодом равным 2, если известно, что  $f(x) = x^2/2$  на отрезке  $[-1; 1]$ .

3. Является ли число  $16\pi$  периодом функции  $y = \sin x$ ? А ее основным периодом?

4. Найти основные периоды функций  $y = \sin(6x)$ ,  $y = \cos(x/2)$ ,  $y = \sin(kx)$ .

5. Докажите, что если функция  $y = f(x)$  является периодической, то и  $y = k \cdot f(x) + b$  тоже периодическая.

6. Пусть функция  $f$  периодическая,  $T_1$  и  $T_2$  – ее периоды. Докажите, что любое число вида  $nT_1 + mT_2$ , где  $n, m \in \mathbb{N}$ , также является периодом функции  $f$ .

7. Докажите, что функции  $f(x) = \sin x^2$  и  $\cos(x) \cdot \cos \sqrt{x}$  не являются периодическими.

8. Докажите, что возрастающая функция не может быть периодической. И т.п.

(периодическая функция имеет бесконечное множество периодов, среди которых выделите наименьший положительный период, который называют основным).

После этого все свойства тригонометрических функций проиллюстрировать на графике и свести в одну таблицу.

Свойства	$y=\sin(x)$	$y=\cos(x)$	$y=\operatorname{tg}(x)$	$y=\operatorname{ctg}(x)$
Область определения				
Область значений				
Нули функции				
...				

## 2. Выполнить следующие задания:

1. По графику функций определите задающую ее формулу:

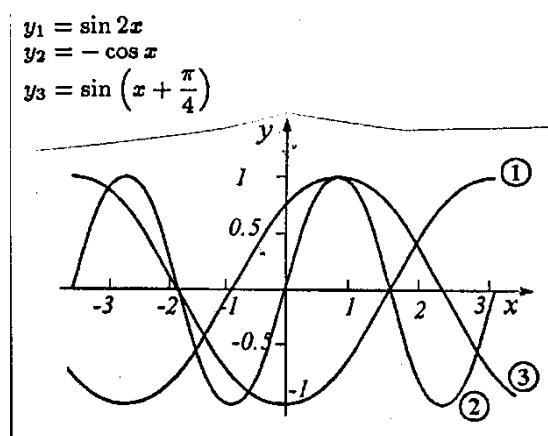


рисунок 1

**Замечание:** Работа по построению графиков и исследованию функций может проводиться двумя способами:

- 1) Сначала по точкам строится график, а затем с помощью графической интерпретации исследуются все свойства функции

Построение графика происходит после исследования функции, а наглядные представления о свойствах учащиеся получают, анализируя поведение функций на числовой окружности.

**Итог занятия. Домашнее задание** [1], § 39 с. 206 выполните решение заданий №476, 477, 701

**Литература основная :** Алимов Ш.А. «Алгебра и начала анализа» 10-11 класс с. 17-18

**Дополнительная:** Башмаков М.И. «Математика» М.: Высшая школа - 1994 , 542 с

## **Занятие № 18 на тему: Решение тригонометрических уравнений**

### **Практическая работа по теме: Простейшие тригонометрические уравнения**

**Цель работы. Научиться решать тригонометрические уравнения**

**Ход работы.** 1. Прочитать теоретические сведения

2. Просмотреть применение формулы на примере

3 выполнить самостоятельно практическую работу

4. оформить по образцу, сдать на проверку

### **Некоторые теоретические сведения (повторение)**

#### **Решение простейших тригонометрических уравнений**

$\operatorname{tg} x = a$  ( $a$  – любое)

**Цели:**  $\pi$  и его значение: повторить понятие «числовая окружность» в декартовой системе координат; научить решать простейшие тригонометрические уравнения; закрепить изученное в ходе выполнения упражнений.

Простейшими называются тригонометрические уравнения, рассмотренные на занятии «**тригонометрические уравнения**».

**Решение уравнения  $\operatorname{tg} x = a$  ( $a$  – любое)**

**Повторить вид простейших уравнений и способы решения Научиться решать тригонометрические уравнения вида  $\operatorname{tg} x = a$  ( $a$  – любое)**

$$x = \arctg a + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}. \quad (3)$$

**Пример 1. Решить уравнение:**  $\operatorname{tg}(3x + 1) = -1$ ;

**Решение:**

$$x = \arctg a + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}. \quad (3)$$

$$3x + 1 = \arctg(-1) + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

$3x = -\pi/4 + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$  - разделим на коэффициент при  $x$  на (3) все члены равенства:

$$x = -\pi/12 + \pi/3 n - 1/3, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\textbf{Ответ:} \quad x = -\pi/12 + \pi/3 n - 1/3, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\textbf{Пример 5.} \quad \operatorname{tg}^2 x = 1$$

**Решение:** Решение уравнения можно записать общим выражением или (формулой):

$$x = \arctg a + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}. \quad (3)$$

$$x = \arctg(+1) + \pi k \quad \text{и}$$

$$x = \arctg(-1) + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}. \leftrightarrow$$

$$x = \pi/4 + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\pi/4 + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z} \quad -:$$

$$x = \pm \pi/4 + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z} \quad \textbf{Ответ:} \quad x = \pm \pi/4 + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

**Решение уравнения  $\operatorname{ctg} x = a$  ( $a$  – любое)**

Известно, что функция  $\operatorname{ctg} x$  может принимать любые действительные значения. Поэтому уравнение  $\operatorname{ctg} x = a$  имеет корни при любом значении  $a$ .

Построим единичную окружность и ось котангенсов (рис 7). На оси котангенсов отметим точку, ордината которой равна 1 ( $y = 1$ ). На этой оси отметим точку  $N$ , абсцисса которой равна  $a$ . Через эту точку и начало координат проведем прямую, которая пересекает единичную окружность в точках  $M_1$  и  $M_2$ . Из выводов следует, что ордината  $a$  на оси тангенсов равна тангенсу угла  $\angle AOM_1$ . Поскольку  $\operatorname{tg} x = a$ , точке  $M_1$  соответствует угол, равный  $\arctg a$ , а точке  $M_2$  – угол, равный  $\arctg a + \pi$ . Множество всех решений уравнения  $\operatorname{ctg} x = a$  записывается следующим образом:

$$x = \arctg a + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}. \quad (4)$$

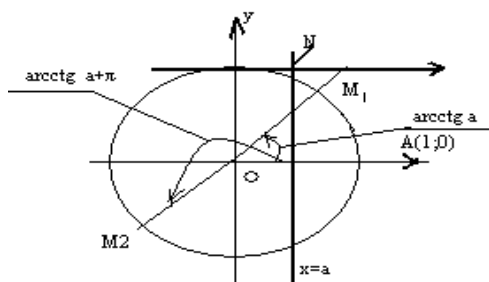


рис.7

Уравнение  $\text{ctgx} = a$  имеет на интервале  $x \in (0; +\pi)$  для любого  $x \in \mathbf{R}$  только один корень. Этот корень заключен в промежутке  $[0; \pi/2]$ , если  $a \geq 0$  и в промежутке  $(\pi/2; \pi)$ , если  $a < 0$ .

Рассмотрим **решения** некоторых уравнений типа  $\text{ctgx} = a$ :

$$\begin{aligned} \text{ctg} \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3} &\Rightarrow \alpha = \arctg \sqrt{3}/3 = \frac{\pi}{3}; \Rightarrow \quad \text{ctg} \alpha = -1 \Rightarrow \alpha = \arctg(-1) = \pi + \arctg(-1) = \\ &= \pi - \arctg 1 = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}. \end{aligned}$$

**Пример 1.** Построить дуги, соответствующие  $\arcsctg(3/5)$  и  $\arcsctg(-6/5)$ , лежащие в пределах  $(0; +\pi)$

**Решение:** Решение проиллюстрируем рисунком (рис 8): дуга  $AM_1$  соответствует  $\arcsctg(3/5)$ , дуга  $AM_2$  соответствует  $\arcsctg(-6/5)$ .

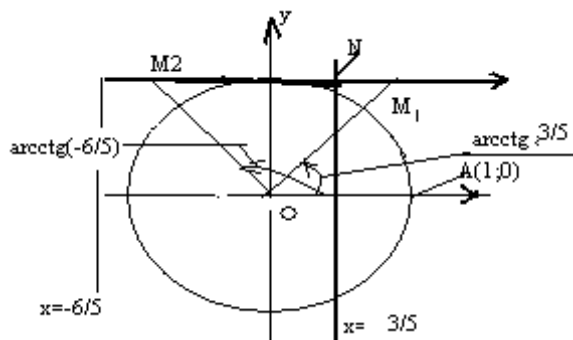


рис. 8

**Закрепление.** Самостоятельная работа по карточкам

**Домашнее задание.** Вопросы для повторения

1. Запишите в общем виде решение уравнения  $\sin x = a$ . Приведите примеры решения таких уравнений.
2. Проведите такой же анализ уравнений  $\cos \alpha = a, \text{tg} x = a, \text{ctg} x = a$

**Пример 6. Решить уравнение:**  $\text{tg}(5x+2) = -1$ ;

**Решение:**  $x = \arcsctg a + \pi k, k \in \mathbf{Z}. \quad (3)$

$$5x + 2 = \arcsctg(-1) + \pi k, k \in \mathbf{Z}.$$

$5x = -\pi/4 + \pi n, n \in \mathbf{Z}$  - разделим на коэффициент при  $x$  на (5) все члены равенства:

$$x = -\pi/20 + \pi/5 \cdot n - 2, \quad n \in \mathbb{Z}$$

**Ответ:**  $x = -\pi/20 + \pi/5 \cdot n - 2/5, \quad n \in \mathbb{Z}$

**Пример 7.**  $\operatorname{ctg}^2 x = 1$

**Решение:**  $x = \operatorname{arccctg} a + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}. \quad (3)$

$$x = \operatorname{arccctg}(+1) + \pi k \quad \text{и}$$

$$x = \operatorname{arccctg}(-1) + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}. \quad \leftrightarrow$$

$$x = \pi/4 + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\pi/4 + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z} \quad \therefore$$

$$x = \pm \pi/4 + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

**Ответ:**  $x = \pm \pi/4 + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$

## Практическая РАБОТА

### Вариант №1.

Решить следующие уравнения:

1).  $(\sin x - 1) \cdot \operatorname{tg} x = 0$

2)  $2 \cos x (1 - \operatorname{tg} x) = 0$

3)  $9 \sin x \cos x - 7 \cos^2 x = 2 \sin^2 x$

4)  $2 \sin^2 x + \sqrt{3} \sin x = 0$

5)  $\sin 5x = \sin x$

6)  $\cos 2x = \cos x$

7)  $2 \sin^2 x - 5 \cos x + 1 = 0$

8)  $2 \cos^2 x + 4 \sin^2 x = 3$

9)  $3 - \operatorname{tg}^2 x = 2 \operatorname{tg} x$

10)  $\sin 2x - \cos x = 0$

### Вариант №2. Решить следующие уравнения:

1).  $(\sin x + 1) \cdot \operatorname{tg} x = 0$

2)  $2 \cos x (1 + \operatorname{tg} x) = 0$

3)  $10 \sin x \cos x - 7 \cos^2 x = 3 \sin^2 x$

4)  $4 \sin^2 x - \sqrt{3} \sin x = 0$

5)  $\sin 3x = \sin x$

6)  $\cos 2x = \cos x$

7)  $2 \sin^2 x + 5 \cos x - 1 = 0$

8)  $2 \cos^2 x - 4 \sin^2 x = 3$

9)  $3 + \operatorname{tg}^2 x = 2 \operatorname{tg} x$

10)  $\sin 4x - \cos 2x = 0$

**Дополнительно** Решить следующие уравнения :

1)  $\sin^2 x - 6 \sin x - 7 = 0;$

2)  $4 \sin^2 x = 1$     3)  $-2 \sin x + 3 = 0;$  4) и 5) свои примеры (любые)

**Итог занятия**

**Домашнее задание** [1], глава 6, § 33, § 34, § 35, §

36 с. 168 - 179 и выполните решение заданий №621, 623, 626

**Литература основная :** Алимов Ш.А. «Алгебра и начала анализа» 10-11 класс с. 17-18

**Дополнительная:** Башмаков М.И. «Математика» М.: Высшая школа - 1994, 542 с

## **Практическая работа № 19 Практическая работа по теме : решение заданий на определение свойств функций.**

Практическая работа по теме : Выполнение Построения графиков функций, заданными различными способами

Цель работы. Научиться **решать задания на определение свойств функций.**

- Ход работы.
1. Прочитать теоретические сведения
  2. Просмотреть применение свойств на примере
  3. выполнить самостоятельно практическую работу
  4. оформить по образцу, сдать на проверку

Самостоятельно **«Исследование функции»**

### **План работы:**

1. Выбрать две любых функции, провести исследование и построить график каждой функции.
2. Знать следующие определения и свойства:
  - определение функции, область определения, область значения;
  - определение четной (нечетной) функции, особенности графика, свойства четной (нечетной) функции;
  - определение периодической функции, особенности графика, свойства периодической функции;
  - определение возрастающей (убывающей) функции, особенности графика;
  - определение возрастающей (убывающей) функции;
  - определение асимптот (вертикальных, наклонных);
  - определение непрерывной функции; провести исследование следующих функций и построить их графики:

**Повторение: Графические преобразования графиков функции. .**

**Цель занятия.**

**Учебная.** Учить строить графики, функций, используя правила графического преобразования, учить составлять по предложенному графику. функции;

Дать понятие возрастающей и убывающей функции. Научить определять по графику эти функции



## Выполнить практическую работу

**Обеспечение занятия.** Наглядные пособия: графики функции ( по свойствам ). Графики на основные свойства функций.

**Раздаточный материал.** Карточки с правилами графического преобразования.

### 1. Организационный момент

Раздаются карточки с правилами графического преобразования.

Оборудование 1) графики функций

2) учебники

3) карандаши,

Ход занятия. 1) Повторение

### 2) Работа на карточке:

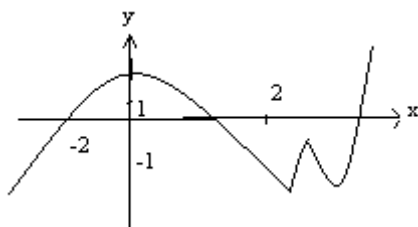


рис. 1

1. Найти  $D_f$  - ?

2. Найти  $E_f$  - ?

3. Найти интервалы монотонности

4. Построить эскиз графика.

**Ответы:** 1.  $D_f : X \in (-\infty; \infty)$ ;

2.  $E_f : Y \in (-2; +\infty)$ ;

3. Функция возрастает на промежутке:  $(-\infty; 0) \cup (2, 5; 3) \cup (4; +\infty)$ ;

4. Функция убывает на промежутке:  $(0; 2,5) \cup (3; 4)$ ;

**Студенты отвечают устно** на вопросы по свойствам функции.

### 2) Решение заданий

#### 1 вариант

1. Определить четность (нечетность) функции 1).  $f(x) = 4x^4 - x^2 + 1$ ; 2)  $f(x) = x^3 + 2x$ ;

3)  $f(x) = -\frac{1}{x^2}$ ; 4)  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ ;

2. Найти промежутки монотонности

1)  $f(x) = x^3 - 4x + 5$ ;    2)  $\frac{2x - 9x^2 + 3}{x^2 - 5x + 6}$

3. Найти промежутки непрерывности функции

1)  $f(x) = x^3 + 14x - 25$ ;    2)  $f(x) = \frac{12x - 81x^2 + 36}{x^2 - 5x + 6}$

4. Построить график функции (схематически)

1)  $y = x + 3$ ;    3)  $y = x^2 - 6x - 7$ ;

2)  $y = -\frac{1}{2}x + 2$ ;    4)  $y = 4\sqrt{x+6}$

5. Определить четность (нечетность) функции

1)  $f(x) = 2x^4 + x^2 - 4$ ;    2)  $f(x) = x^3 + 2x^5$ ;

6. Этап выделения исходящей функции:

1)  $y = x^2 + 4x - 1$ ;

2)  $y = 3x^2 + 6x + 1$ ;

7. Этап выделения видов преобразований:

1)  $y = x^2 - 2x - 3$ ;

2)  $y = -(x^2 + x)$ ;

1) Этап выделения последовательности функций

**2вариант**

1. Определить четность (нечетность) функции 1)  $f(x) = 4x^4 - x^2 + 1$ ; 2)  $f(x) = x^3 + 2x$ ;

3)  $f(x) = \frac{2}{x}$ ;    4)  $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$ ;

2. Найти промежутки монотонности 1)  $f(x) = \sqrt{x-3}$ ;    2)  $f(x) = \frac{1}{10x-5}$ ;

3) Найти промежутки непрерывности функции

1)  $f(x) = \sqrt{9x+3}$ ;    2)  $f(x) = \frac{1}{5x-25}$ ;

IV. Построить график функции (схематически)

1)  $y = 0,5x - 3$ ;    3)  $y = x^2 - 6x + 4$ ;

2)  $y = -0,5 + 2$ ;    4)  $y = 2\sqrt{x}$

5). Определить четность (нечетность) функции

1)  $f(x) = -\frac{1}{x^2 + 1}$ ;    2)  $f(x) = \frac{x+1}{x^2 + 1}$ ;

6. Этап выделения исходящей функции:

1)  $y = x - 4x^2$ ;    2)  $Y = (2x+1)(x-1)$

7. Этап выделения видов преобразований: 1)  $y = \frac{1}{4}(x+2)^2$ ;

$$2) y = x^2 - 2|x|$$

8. Этап выделения последовательности функций

**Оформить отчет и сдать на проверку**

**Составить таблицу:**

$f(x) + k$  ↑ на  $k$  единиц (вверх);

$f(x) - k$  ↓ на  $k$  единиц (вниз);

$f(x + k)$  ← на  $k$  единиц влево;

$f(x - k)$  → на  $k$  единиц вправо

**Домашнее задание.** [4] глава 5 ,§ 5.1 с.120, § 5.2 с. 122 прочитайте и выучите основные свойства числовых функций

**Литература основная :** Алимов Ш.А. «Алгебра и начала анализа» 10-11 класс с. 17-18

**Дополнительная:** Башмаков М.И. «Математика» М.: Высшая школа - 1994 , 542 с

**Практическая работа № 20 по теме : График функции. Построение графиков функций, заданными различными способами**

Повторить Построение графиков элементарных функций

Цель работы. Научиться строить графики функций, заданными различными способами

Ход работы. 1. Прочитать теоретические сведения

2. Просмотреть применение формул на примере (презентация)

3 выполнить самостоятельно практическую работу

4. оформить по образцу, сдать на проверку:

Практическая работа по теме : Выполнение Построения графиков функций, заданными различными способами

Цель работы. Научиться **решать задания на интерпретацию графиков функций.**

Ход работы. 1. Прочитать теоретические сведения

2. Просмотреть применение свойств на примере

3 выполнить самостоятельно практическую работу

4. оформить по образцу, сдать на проверку

Самостоятельно **«Решение задач на интерпретацию графиков»**

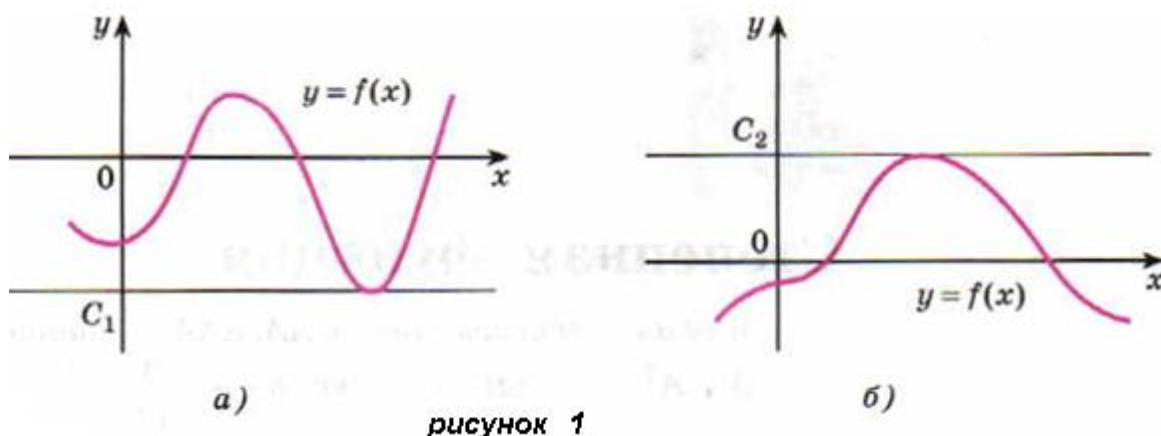
**План работы: 1) Составить таблицу:**

$f(x) + k$  ↑ на  $k$  единиц (вверх);

$f(x) - k$  ↓ на  $k$  единиц (вниз);

$f(x + k)$  ← на  $k$  единиц влево;

$f(x - k)$  → на  $k$  единиц вправо



В этом случае все точки графика функции  $y = f(x)$ ,  $x \in X$ , лежат ниже прямой  $y = C_2$  или на этой прямой (рис. 1, б).

Например: 1) функция  $y = x^2 - 2x$  является ограниченной снизу, так как  $x^2 - 2x = (x - 1)^2 - 1 \geq -1$  (рис. 2, а); 2) функция  $y = -x^2 - 2x + 3$  ограничена сверху, так как  $-x^2 - 2x + 3 = 4 - (x + 1)^2 \leq 4$  (рис. 2, б).

График функции  $y = x^{2n}$  имеет такой же вид, как, например, график функции  $y = x^4$  (рис. 3, а).

График функции  $y = x^{2n}$  имеет такой же вид, как, например, график функции  $y = x^4$  (рис. 3 а).

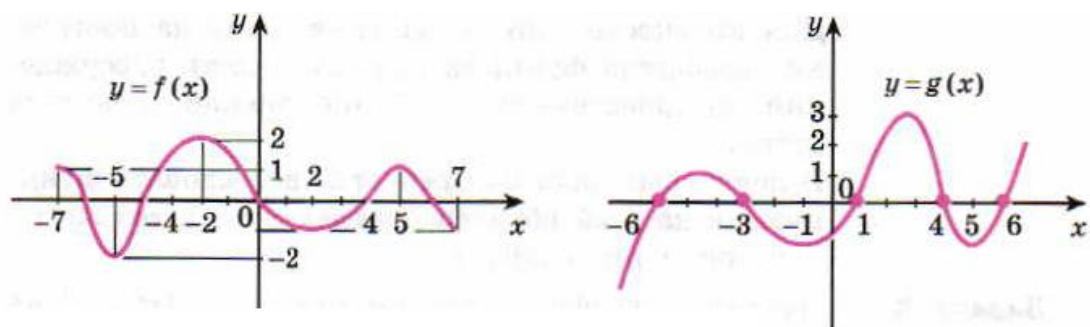
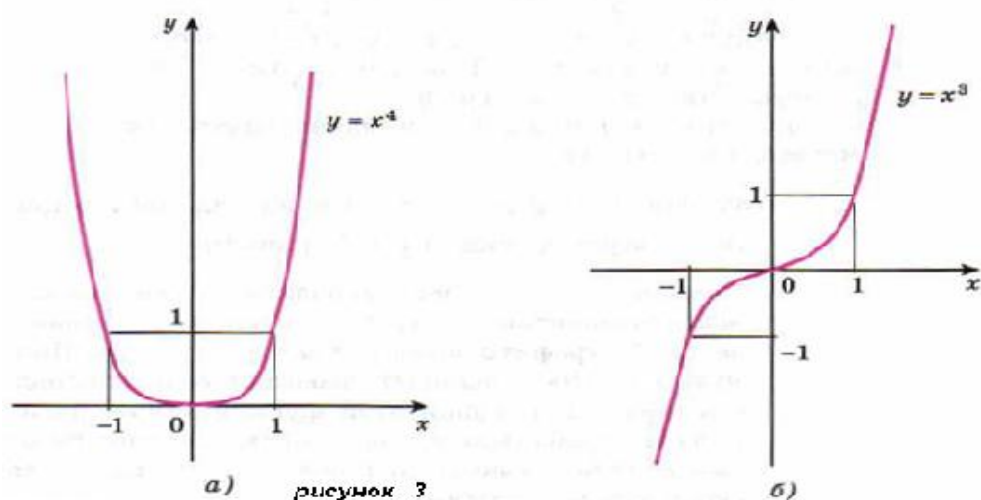


рисунок 4 Ответить на вопросы:

Найти наименьшее и наибольшие значения функций(см рисунок 4)

## Практическая работа

### 1 Вариант

Построить графики следующих функций:

1)  $y = x^3 - 3x^2 + 4$ ;

2)  $y = 2 + 3x - x^3$ ;

3)  $y = -x^3 + 4x^2 - 4x$ ;

4)  $y = x^3 + 6x^2 + 9x$ .

### 2 вариант.

Построить графики следующих функций:

1)  $y = -x^4 + 8x^2 - 16$ ;

2)  $y = x^4 - 2x^2 + 2$ ;

3)  $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{24}x^6$ ;

4)  $y = 6x^4 - 4x^6$ .

Дополнительно (для сильных студентов - дополнительные баллы)

**Построить график функции:**

1)  $y = x^3 - 3x^2 + 2$  на отрезке  $[-1; 3]$ ;

2)  $y = x^4 - 10x^2 + 9$  на отрезке  $[-3; 3]$ .

**Домашнее задание**[1], глава 9 ,§ 51 с.271-273 построение графика функции в заданиях № 717, № 729, № 744

Итог занятия

**Литература основная :** Алимов Ш.А. «Алгебра и начала анализа» 10-11 класс с. 17-18

**Дополнительная:** Башмаков М.И. «Математика» М.: Высшая школа - 1994 , 542 с

**Практическая работа № 21 по теме: Развертка многогранников** (куб, параллелепипед,...);

**Цель учебная:** получить **Развертки многогранников** (куб, параллелепипед,...);

показать необходимость изучения темы; учить вычислять значения элементов многогранника

**Цель воспитательная:** нравственное поведение, аккуратное и грамотное оформление записей

**Обеспечение занятия:**

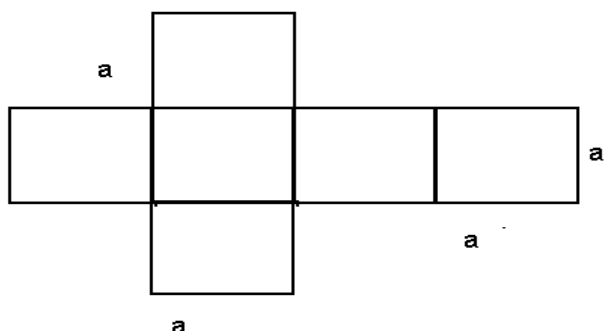
**Наглядные пособия:** плакаты – формулы; Презентации

**Литература основная :**

**Дополнительная:** Башмаков «Математика» 10-11 классы ,Колмогоров «Алгебра и начала анализа» 10-11 класс

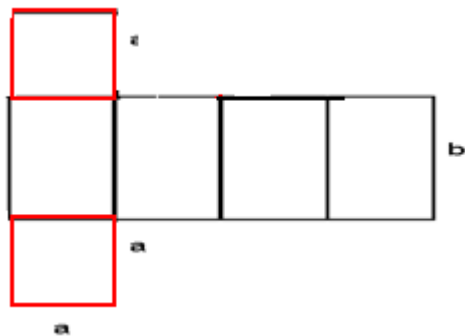
Ход занятия

- 1) Повторить тему : куб, параллелепипед, призма
- 2) У каждого модель одного из многогранников, получить развертку и построить в тетрадях многогранник и его развертку
- 3) Показать Развертки многогранников: куба, параллелепипеда, призмы (основание – квадрат, основание - прямоугольник, основание – трапеция)
- 4) Показать презентацию : построение развертки прямой призмы
- 5) Развертка куба со стороной  $a$



6)

7) Развертка куба



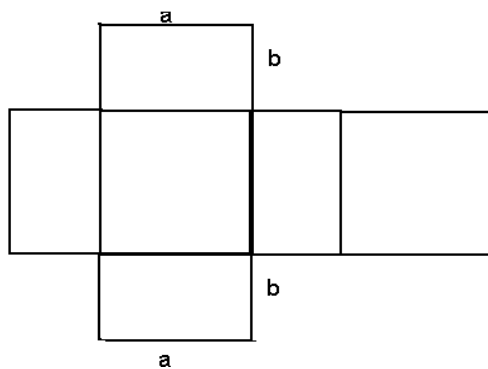
основание параллелепипеда - квадрат со стороной

a

Привести примеры

основание параллелепипеда - прямоугольник со сторонами a и b

Привести примеры



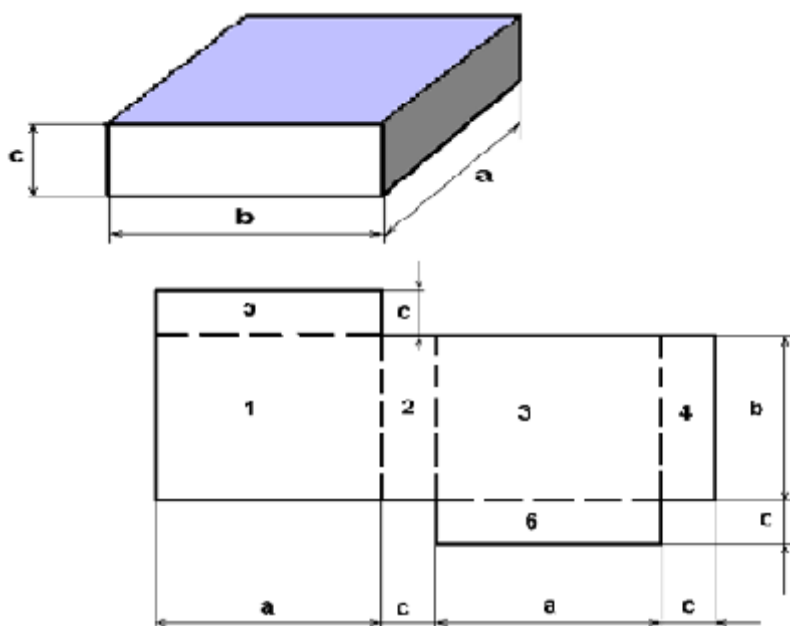
Построить развертку

Построить развертку призмы с основанием трапеция (значения сторон выбрать самостоятельно)

## Развертка параллелепипеда

**Параллелепипед** и его развертка показаны на рисунке. Зная размеры **a**, **b**, **c**, можно построить развертку.

Возможны другие места присоединения сторон параллелепипеда на развертке для экономного раскроя.



Параллелепипед. Развертка параллелепипеда.

Домашнее задание. постройте развертки многогранников (куб, параллелепипед, призма)

1. Атанасян Л.С. Геометрия 10-11 классы. М.: Просвещение, 2004. - 256 с
- Дополнительная литература:
2. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике: Учебное пособие для техникумов. - 3-е изд. М.: Высшая школа, 2011 г. - 568 с

## Практическая работа № 22 по теме: Решение задач на нахождение площади поверхности параллелепипеда и куба

Цель занятия.

- **обучающая** – организовать самостоятельную деятельность учащихся по обобщению и систематизации знаний по теме «многогранники и их свойства. параллелепипеда и куба»

- **развивающая** - формировать навыки пространственного воображения, умения

Находить поверхность параллелепипеда и куба

- **воспитывающая** – воспитание графической культуры учащихся; формирование умения аккуратного и точного (в соответствии с условиями задания) изображения многогранников (призма)



**Учебная.**

**Метод обучения.** Репродуктивный и частично поисковый.

**Оборудование** для занятия. Учебное пособие по геометрии, модели (куб: параллелепипед: трехгранная призма и т.п.) компьютер и презентация (слайды)

### Ход урока

#### 1. Актуализация прежних знаний

На экране компьютера слайд с заданием, которое устно выполняют все студенты группы

#### 2. Повторение темы:

### Ход занятия

#### 3. Оргмомент

#### 4. Повторение темы «Многогранники. параллелепипеда и куба»

#### 5. План занятия. Ответить на вопросы:

- Понятие о многогранниках. Тела, ограниченные плоскими многоугольниками, называется многогранником. Многоугольники, ограничивающие многогранник, называется гранями. Их стороны - ребрами, а вершины – вершинами многогранника.
- Грани, имеющие общее ребро, называются смежными. Отрезок, соединяющий 2 вершины многогранника, не принадлежащие одной грани, называется диагональю многогранника.
- Многогранники различают по форме и по числу граней.

Многогранник называется выпуклым. Если отрезок, соединяющий любые 2 внутренние точки многогранника, не пересекает его поверхности, в противном случае многогранник называется

### Параллелепипед

Рассмотрим два равных параллелограмма  $ABCD$  и  $A_1B_1C_1D_1$ , расположенных в параллельных плоскостях так, что отрезки  $AA_1$ ,  $BB_1$ ,  $CC_1$  и  $DD_1$  параллельны (рис. 36, а). Четырехугольники

$$ABB_1A_1, BCC_1B_1, CDD_1C_1, DAA_1D_1 \quad (1)$$

также являются параллелограммами, так как каждый из них имеет попарно параллельные противоположные стороны, например, в четырехугольнике  $ABB_1A_1$  стороны  $AA_1$  и  $BB_1$  параллельны по условию, а стороны  $AB$  и  $A_1B_1$  — по свойству линий пересечения двух параллельных плоскостей третьей (свойство 1<sup>0</sup>, п. 11). Поверхность, составленная из двух равных параллелограммов  $ABCD$  и  $A_1B_1C_1D_1$  и четырех параллелограммов (1), называется параллелепипедом и обозначается так:  $ABCD A_1B_1C_1D_1$ .

невыпуклым.

Часто выделяют какие-нибудь две противоположные грани и называют их основаниями, а остальные грани — боковыми гранями параллелепипеда. Ребра параллелепипеда, не принадлежащие основаниям, называются боковыми ребрами.

2°. Диагонали параллелепипеда пересекаются в одной точке и делятся этой точкой пополам.

Чтобы доказать это свойство, рассмотрим четырехугольник  $A_1D_1CB$ , диагонали которого  $A_1C$  и  $D_1B$  являются диагоналями параллелепипеда  $ABCD A_1B_1C_1D_1$  (см. рис. 2, а). Так как  $A_1D_1 \parallel BC$  и  $A_1D_1 = BC$  (объясните почему), то  $A_1D_1CB$  — параллелограмм. Поэтому диагонали  $A_1C$  и  $D_1B$  пересекаются в некоторой точке  $O$  и этой точкой делятся пополам.

Далее рассмотрим четырехугольник  $AD_1C_1B$  (рис. 2, б). Он также является параллелограммом (докажите это), и, следовательно, его диагонали  $AC_1$  и  $D_1B$  пересекаются и точкой пересечения делятся пополам. Но серединой диагонали  $D_1B$  является точка  $O$ . Таким

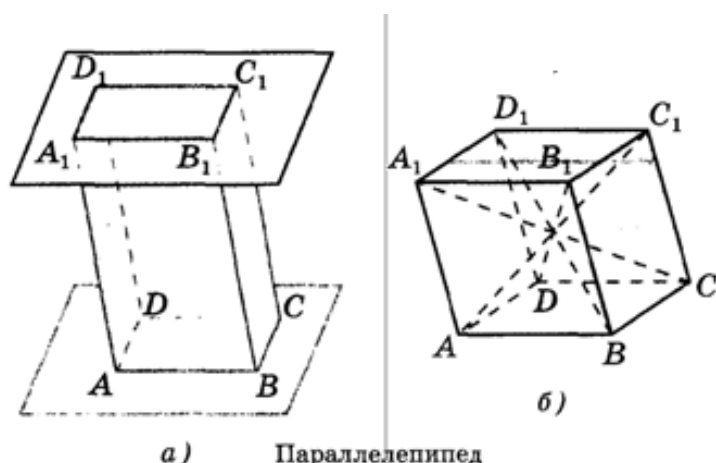


Рис. 2

образом, диагонали  $A_1C$ ,  $D_1B$  и  $AC_1$  пересекаются в точке  $O$  и делятся этой точкой пополам.

Наконец, рассматривая четырехугольник  $A_1B_1CD$  (рис. 2, в), точно так же устанавливаем, что и четвертая диагональ  $DB_1$  параллелепипеда проходит через точку  $O$  и делится ею пополам.

Ответить на вопросы

- 1 Верно ли утверждение: если две прямые не имеют общих точек, то они параллельны?
- 2 Точка  $M$  не лежит на прямой  $a$ . Сколько прямых, не пересекающих прямую  $a$ , проходит через точку  $M$ ? Сколько из этих прямых параллельны прямой  $a$ ?
- 3 Прямые  $a$  и  $c$  параллельны, а прямые  $a$  и  $b$  пересекаются. Могут ли прямые  $b$  и  $c$  быть параллельными?
- 4 Прямая  $a$  параллельна плоскости  $\alpha$ . Верно ли, что эта прямая:
  - а) не пересекает ни одну прямую, лежащую в плоскости  $\alpha$ ;
  - б) параллельна любой прямой, лежащей в плоскости  $\alpha$ ;
  - в) параллельна некоторой прямой, лежащей в плоскости  $\alpha$ ?

- 5 Прямая  $a$  параллельна плоскости  $\alpha$ . Сколько прямых, лежащих в плоскости  $\alpha$ , параллельны прямой  $a$ ? Параллельны ли друг другу эти прямые, лежащие в плоскости  $\alpha$ ?
- 6 Прямая  $a$  пересекает плоскость  $\alpha$ . Лежит ли в плоскости  $\alpha$  хоть одна прямая, параллельная  $a$ ?
- 7 Одна из двух параллельных прямых параллельна некоторой плоскости. Верно ли утверждение, что и вторая прямая параллельна этой плоскости?
- 8 Верно ли утверждение: если две прямые параллельны некоторой плоскости, то они параллельны друг другу?
- 9 Две прямые параллельны некоторой плоскости. Могут ли эти прямые: а) пересекаться; б) быть скрещивающимися?
- 10 Могут ли скрещивающиеся прямые  $a$  и  $b$  быть параллельными прямой  $c$ ?



## Практическая работа ( по карточкам)

### Итог занятия

### Домашнее задание [2 ], § 12.2 №170, 173 решите

3. Атанасян Л.С. Геометрия 10-11 классы. М.: Просвещение, 2004. - 256 с

Дополнительная литература:

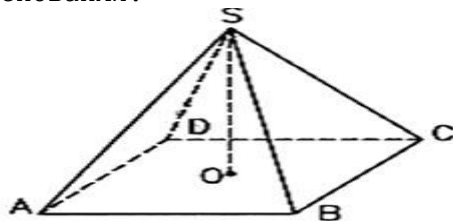
4. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике: Учебное пособие для техникумов. - 3-е изд. М.: Высшая школа, 2011 г. - 568 с

## Практическая работа № 23 на тему: Пирамида в геометрии.

### Повторение: Основные сведения

Пирамида – (от греч. *pyramis*, род. п. *pyramidos*), многогранник, основание которого многоугольник, а остальные грани треугольники, имеющие общую вершину. По числу углов основания различают пирамиды треугольные, четырехугольные и т. д.

Общая вершина боковых граней называется вершиной пирамиды. Высотой пирамиды называется перпендикуляр, опущенный из вершины пирамиды на плоскость основания.



$SABCD$  – четырёхугольная пирамида;

$ABCD$  – основание пирамиды;

$rSAB$ ;  $rSBC$ ;  $rSDC$ ;  $rSDA$  – боковые грани пирамиды;

$S$  – вершина пирамиды;

$SA$ ;  $SB$ ;  $SC$ ;  $SD$  – боковые рёбра пирамиды

$SO$  – Высота пирамиды

Пирамида правильная – пирамида, у которой в основании лежит правильный многоугольник, а высота, опущенная из вершины пирамиды на плоскость основания, является отрезком, соединяющим вершину пирамиды с центром

основания.

Свойства правильной пирамиды:

1. Все боковые рёбра правильной пирамиды равны между собой.
2. Все боковые грани являются равными между собой равнобедренными треугольниками.
3. Площадь боковой поверхности правильной пирамиды равна половине произведения периметра основания на высоту боковой грани, которая называется апофемой.

$$S = \frac{1}{2} P h$$

$P$  – периметр основания,  $h$  – апофема.

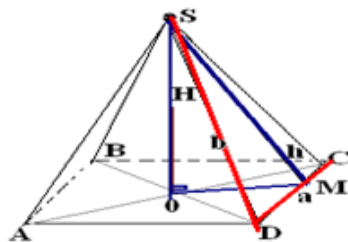
Объем любой пирамиды равен одной трети произведения площади основания на высоту:

$$V = \frac{1}{3} S_{осн} H$$

### 3. Образец Решения задачи

1) По стороне основания **a** и боковому ребру **b** найдите высоту правильной пирамиды: 1) треугольной; 2) четырехугольной; 3) шестиугольной

1) **Дано:**  $AB = a$ ;  $SA = b$ ; правильная треугольная пирамида: **Найти:**  $H = ?$



$$S_{\triangle SDC} = \frac{1}{2} SM \cdot DC = \frac{1}{2} SM \cdot a;$$

$\triangle SDM$  – прямоугольный  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow SM = \sqrt{SD^2 - DM^2}; \quad SD = b \text{ по условию};$$

$$DM = \frac{a}{2} \Rightarrow SM = \sqrt{b^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{4b^2 - a^2}{4}}; \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S_{\triangle} = \frac{1}{2} a \cdot \sqrt{\frac{4b^2 - a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{4b^2 - a^2}}{4}; \quad H = \frac{2 \cdot 4a\sqrt{4b^2 - a^2}}{4 \cdot 4a} = \frac{\sqrt{4b^2 - a^2}}{2}$$

$$2 \text{ способ: } SO = \sqrt{SM^2 - OM^2}; \quad SM = \frac{\sqrt{4b^2 - a^2}}{2}; \quad OM = \frac{a}{2};$$

$$SDCS = 1/2 \cdot a \cdot SM;$$

## Практическая РАБОТА

### 1 Вариант

- 1) В основании пирамиды – прямоугольник со сторонами  $a = 10$  см;  $b = 5$  см; и высота пирамиды -  $H = 12$  см
- 2) В основании пирамиды – прямоугольник со сторонами  $a = 15$  см;  $b = 10$  и высота пирамиды  $H = 12$  см
- 3) В основании пирамиды – прямоугольник со сторонами  $a = 20$  см;  $b = 12$  см; высота пирамиды -  $H = 10$  см
- 4) В основании пирамиды – треугольник со сторонами  $a = 10$  см;  $b = 5$  см;  $c = 5$ , см; высота пирамиды  $H = 16$  см
- 5) В основании пирамиды – параллелограмм со сторонами

$a = 20$  см;  $b = 10$  см ; и высота пирамиды  $H = 18$  см

## 2 Вариант

8) В основании пирамиды – треугольник со сторонами

$a = 20$  см;  $b = 15$  см;  $c = 15$  см; и высота пирамиды  $H = 16$  см

9) В основании пирамиды – прямоугольник со сторонами  $a = 10$  см;

$b = 15$  см ; и высота пирамиды  $H = 24$  см

10) Вариант В основании пирамиды – треугольник со сторонами

$a = 12$  см;  $b = 8$  см;  $c = 8$  см; и высота пирамиды  $H = 14$  см

11) Вариант В основании пирамиды – прямоугольник со

сторонами  $a = 20$  см;  $b = 15$  см ;и высота пирамиды  $H = 20$  см

12) Вариант В основании пирамиды – квадрат со сторонами

$a = 18$  см;  $b = 18$  см; и высота пирамиды -  $H = 24$  см

### Ответить на вопросы:

1. Как получается пирамида; какие знаете виды пирамид?
2. Где сейчас встречаются пирамиды?
3. Что такое основание пирамиды?
4. Докажите, что полная поверхность вычисляется по формуле  
 $S_{\text{пол}} = S_{\text{бок}} + S_{\text{основ}}$  Как найти боковую поверхность пирамиды?

### Итог занятия

**Домашнее задание.** [1], глава 12, § 12.5 с. 402 - 403 и выполните решение заданий № 12.40, № 12.43

1) Подготовить отчет и сдать на проверку; 2) Сделать модель пирамиды (размеры свои), развертку и вычислить полную поверхность и объем;

1. Атанасян Л.С. Геометрия 10-11 классы. М.: Просвещение, 2004. - 256 с

Дополнительная литература:

2. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике: Учебное пособие для техникумов. - 3-е изд. М.: Высшая школа, 2011 г. - 568 с

## **Занятие № 24 по теме: Решение заданий на нахождение элементов цилиндра и конуса**

### **Цель занятия.**

- **обучающая** – организовать самостоятельную деятельность учащихся по

обобщению и систематизации знаний по теме «многогранники и их свойства», «Решение заданий на нахождение элементов цилиндра и конуса»

- развивающая - формировать навыки пространственного воображения, умения

Находить **Решение заданий на нахождение элементов цилиндра и конуса**

**Оборудование** для занятия. Учебное пособие по геометрии, модели (куб: параллелепипед: трехгранная призма и т.п.) компьютер и презентация (слайды)

### Ход занятия

На экране компьютера слайд с заданием, которое устно выполняют все студенты группы

#### 1. Повторение темы:

**Практическая работа по теме нахождение элементов цилиндра и конуса**

#### 1) Изучить тему: Цилиндр

**Цель:** Научиться находить боковую и полную поверхности;

**Вычислять объем цилиндра**

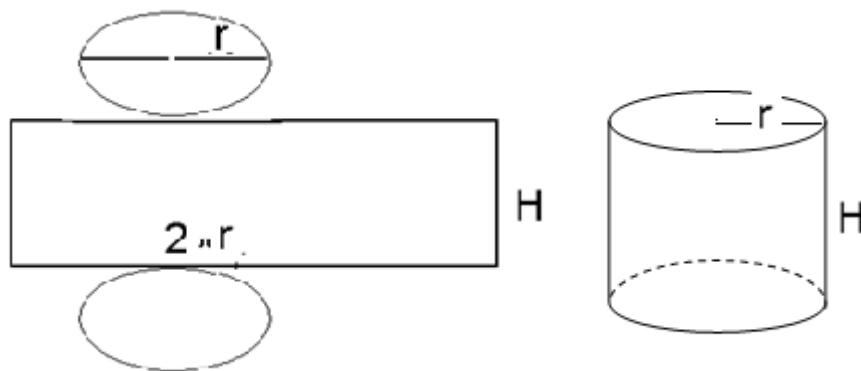
1. Построить развертку цилиндра по заданным размерам цилиндра

( Варианты заданий см ниже)

2. Найти боковую поверхность цилиндра;

3. Найти полную поверхность цилиндра;

4. Вычислить объем цилиндра



1 вариант	2 вариант	3 вариант	4 вариант	5 вариант	6 вариант	7 вариант
$R = 8\text{ см}; H = 15\text{ см}$	$R = 10\text{ см}; H = 12\text{ см}$	$R = 5\text{ см}; H = 10\text{ см}$	$R = 15\text{ см}; H = 10\text{ см}$	$R = 5,9\text{ см}; H = 10\text{ см}$	$R = 6\text{ см}; H = 15\text{ см}$	$R = 9\text{ см}; H = 10\text{ см}$
$R = 12\text{ см}; H = 11\text{ см}$	$R = 14\text{ см}; H = 10\text{ см}$	$R = 11\text{ см}; H = 10\text{ см}$	$R = 14\text{ см}; H = 10\text{ см}$	$R = 10\text{ см}; H = 10\text{ см}$	$R = 12\text{ см}; H = 20\text{ см}$	$R = 15\text{ см}; H = 18\text{ см}$

**Найти боковую и полную поверхность цилиндра**

**Ответить на вопросы:**

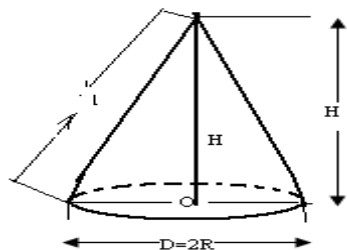
1. Как получается цилиндр; цилиндрическая поверхность
2. Что такое основание?
3. Докажите. Что образующие цилиндра параллельны друг другу
4. Докажите, что сечение цилиндра плоскостью, проходящей через две его образующие, представляют собой прямоугольник
5. Докажите, что осевое сечение цилиндра (сечение плоскостью, проходящей через ось цилиндра) представляет собой прямоугольник
6. Вычислите диагональ этого прямоугольника. Если радиус цилиндра равен 1,5 м. а высота равна 4 м.
7. Сделать модель цилиндра по своим размерам  $R$
8. Вычислить боковую и полную поверхности и объем  $\longrightarrow$   
Цилиндра

## Тема Нахождение элементов конуса

### 1. Актуализация опорных знаний и способов действий

#### *Опорные понятия и способы действия*

2. понятия конуса, цилиндра, формулы объема цилиндра;
3. доказательство теоремы о поверхности конуса; об Объем цилиндра, формула объема цилиндра
4. Способы формирования мотивов и возбуждения интереса, создание проблемной ситуации на основе использования задания с профессиональной направленностью, показ практической значимости изучаемого материала; организация эвристической беседы; сочетание слова и изобразительных средств наглядности.
5. Вопросы: а) можно ли использовать формулу площади боковой поверхности призмы для нахождения расхода:  
а) клеевого колера, идущего на окраску потолка и фриза;  
б) плиток, требуемых для облицовки стен операционной комнаты;  
в) материала, идущего на покрытие купола Московского цирка на Цветном бульваре или Иркутского цирка на ул. Желябова
6. **Показать слайд с условием задания:** на строительном объекте завезенный песок хранят в штабелях. Какие измерения следует провести после осадки песка в штабеле конической формы, чтобы подсчитать его количество и оценить, достаточно ли оно для выполнения бригадой заданного фронта работ?



7. (Создается проблемная ситуация: учащимся неизвестна формула для нахождения некоторой величины, т.е. формула объема конуса). Сформулировать проблему: как вывести формулу объема конуса, зная, что вывод ее аналогичен доказательству теоремы об объеме цилиндра?

Для решения проблемы (задачи) предложить вспомнить ход рассуждения при доказательстве теоремы об объеме цилиндра и составить план действий (устно) для

вывода новой формулы, используя при этом плакат с чертежом к теореме об объёме цилиндра.

## 8. Повторение понятий

- Доказательство проводится вместе с учащимися: преподаватель уточняет как проходят основания вновь построенных 2-х пирамид относительно конуса. Уточнить, как расположены вершины новых пирамид по отношению к вершине конуса

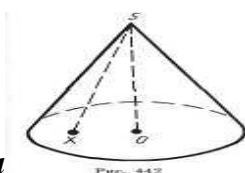
- Далее установить, что площадь основания внешней пирамиды меньше

$\pi R^2 + \varepsilon$ , следовательно, её объём не больше  $(\pi R^2 + \varepsilon) \frac{1}{3} H$ . Площадь основания внутренней пирамиды больше

$\pi R^2 - \varepsilon$ , следовательно, её объём не меньше  $(\pi R^2 - \varepsilon) \frac{1}{3} H$ . Тогда объём конуса заключен между объёмами пирамид, т.е.

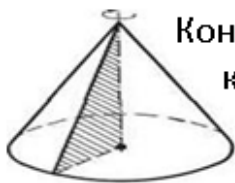
$$\frac{1}{3} H (\pi R^2 - \varepsilon) < V < (\pi R^2 + \varepsilon) \frac{1}{3} H \Rightarrow -H\varepsilon < V - \frac{1}{3} H \pi R^2 < H\varepsilon, \text{ Т.Е.}$$

$$\left| V - \frac{1}{3} \pi R^2 H \right| - \text{сколь угодно мала} \Rightarrow V - \frac{1}{3} \pi R^2 H = 0 \Rightarrow V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$



**Конус, его элементы и формулы**

Конусом (точнее, круговым конусом) называется тело, которое состоит из круга — основания конуса, точки, не лежащей в плоскости этого круга, — вершины конуса и всех отрезков, соединяющих вершину конуса с точками основания (рис. 1) Отрезки, соединяющие вершину конуса с точками окружности основания, называются образующими, конуса. Поверхность конуса состоит из основания и боковой поверхности.



Конус называется **прямым**, если прямая, соединяющая вершину конуса с центром основания, перпендикулярна плоскости основания

рисунок 1

будем рассматривать только прямой конус, называя его для краткости просто конусом. Наглядно прямой круговой конус можно представлять себе как тело, полученное при вращении прямоугольного треугольника вокруг его катета как оси (рис 1).

Конус называется **прямым**, если прямая, соединяющая вершину конуса с центром основания, перпендикулярна плоскости основания. В дальнейшем мы будем рассматривать только прямой конус, называя его для краткости просто конусом. Наглядно прямой круговой конус можно представлять себе как тело, полученное при вращении прямоугольного треугольника вокруг его катета как оси (рис.1). Высотой конуса называется перпендикуляр, опущенный из его вершины на плоскость



основания. У прямого конуса основание высоты совпадает с центром основания. Осью прямого кругового конуса называется прямая, содержащая его высоту.

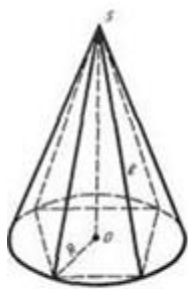
Сечение конуса плоскостью, проходящей через его вершину, представляет собой равнобедренный треугольник, у которого боковые стороны являются образующими конуса (рис. 3). В частности, равнобедренным треугольником является осевое сечение конуса. Это сечение, которое проходит через ось конуса (рис. 4).

**Задача №1:** Конус пересечен плоскостью, параллельной основанию, на расстоянии  $d$  от вершины. Найдите площадь сечения, если радиус основания конуса  $R$ , а высота  $H$ .

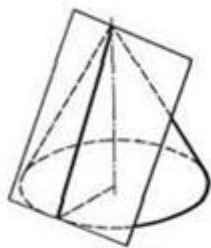
**Решение.** Сечение конуса получается из основания конуса преобразованием гомотетии  $k=d/H$ . Поэтому радиус круга в сечении  $r=R \cdot d/H$ . Следовательно, площадь сечения  $S=\pi r^2=R^2 \cdot (d/H)^2$ .

**Задача №2:** У пирамиды все боковые ребра равны. Докажите, что она является вписанной в некоторый конус.

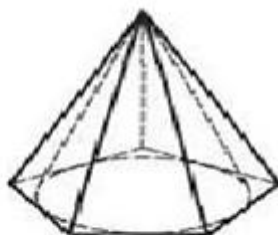
**Решение.** Опустим перпендикуляр  $SO$  из вершины пирамиды на плоскость основания (рис. 2) и обозначим длину боковых ребер пирамиды через  $l$ . Вершины основания удалены от точки  $O$  на одно и то же расстояние. Отсюда следует, что наша пирамида вписана в конус, у которого вершиной является вершина пирамиды, а основанием — круг с центром  $O$  и радиусом  $R$ .



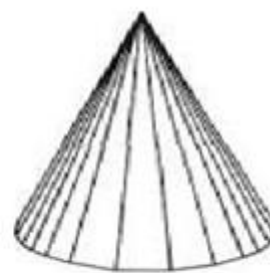
рисунки 2



рисунки 3



рисунки 4



рисунки 5

**Касательной плоскостью** к конусу называется плоскость, проходящая через образующую конуса и перпендикулярная плоскости осевого сечения, содержащей эту образующую (рис.3).

Написать отчет и сдать на проверку преподавателю

Итог занятия Домашнее задание постройте развертки цилиндра , конуса

1.Атанасян Л.С. Геометрия 10-11 классы. М.: Просвещение,2004.-256 с

Дополнительная литература:

3. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике: Учебное пособие для техникумов.-3-е изд.М.: Высшая школа ,2011 г.- 568 с

## **ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 25 ПО ТЕМЕ Решение задач и упражнений на нахождение площадей поверхностей цилиндра и конуса**

**Повторение темы Цилиндр. Поверхность цилиндра и объем цилиндра:**

**Повторение темы в виде беседы:**

**Ход занятия      Актуализация опорных знаний и способов действий**

**Опорные понятия и способы действия**

1. понятия конуса, цилиндра, формулы объема цилиндра;
2. доказательство теоремы о поверхности конуса; об Объеме цилиндра, формула объема цилиндра
3. Способы формирования мотивов и возбуждения интереса, создание проблемной ситуации на основе использования задания с профессиональной направленностью, показ практической значимости изучаемого материала; организация эвристической беседы; сочетание слова и изобразительных средств наглядности.

**Цель занятия.**

**Проверить умение находить поверхности цилиндра и объем цилиндра.**

Вид занятия. Практическая работа

**Цель - обучающая** – организовать самостоятельную деятельность учащихся по

обобщению и систематизации знаний по теме «Прямой круговой цилиндр и решение задач на цилиндр»

- развивающая - формировать навыки пространственного воображения, умения

Находить поверхности (боковую и полную) цилиндра и объем цилиндра.

- воспитывающая – воспитание графической культуры учащихся; формирование умения аккуратного и точного (в соответствии с условиями задания) изображения моделей и развертки цилиндра

**Метод обучения.** Репродуктивный и частично поисковый.

**Оборудование** для занятия. Учебное пособие по геометрии,

компьютер и презентация (слайды)

**Актуализация прежних знаний**

На экране компьютера слайд с заданием, которое устно выполняют все студенты группы

**Оргмомент**

Повторить в виде беседы (как вычислить площадь прямоугольника. Что лежит в основании прямоугольника? Как найти площадь круга? Чему равна длина окружности? Как найти боковую поверхность цилиндра? Как найти полную поверхность цилиндра? Чему равна площадь основания?

2. Повторить основные понятия по теме.

## Практическая работа

### 1 вариант

- 1) Рабочий оштукатуривает вручную колонну улучшенной штукатуркой. Сколько времени ему потребуется, чтобы оштукатурить колонну высотой 6 м., диаметром 1м., соблюдая норму времени 0,79 ч на 1 кв.м.?
- 2) Рабочий оштукатуривает вручную колонну улучшенной штукатуркой. Сколько он заработает, если колонна имеет высоту 5,5 м., радиус 0,5 м., соблюдая норму расценки 46,6 коп на 1 кв.м.?
- 3) При оштукатуривании вручную колонны рабочему потребовалось 4 ч. Какую площадь поверхности он оштукатуривал за 1 ч., если высота колонны 7 м., диаметр основания 0,8 м.?

### 2.вариант

1. При норме времени 0,79 ч. на 1 кв.м. рабочий вручную оштукатуривает колонну высотой 8 м. за 4,8 ч. Определите диаметр основания этой колонны.
2. Определите необходимое по норме время и расценку для облицовки глазурованной плиткой 150\*150 мм.откосов оконного проема размером 4\*2 м., если ширина откоса 30 см.
3. Определите время, необходимое по норме, а также расценку на оштукатуривание квартирных перегородок общей площадью 50 кв. м., если площадь штукатурного намета составляет в среднем 25 мм

Итог урока.

Домашнее задание.[3] № 526, № 553 решить

1 вариант    Ответы	2 вариант    Ответы
<b>1 задание Ответы.</b> 1) 14,2 ч; 2) 6,1 ч.; 3) 0,7 ч; 4) 8,1 ч	<b>1 задание. Ответы.</b> 1) 1,2 м.; 2) 2,5 м.; 3) 3м.; 4) 0, 24 м
<b>2 задание Ответы.</b> 1) 19,1 руб.; 2) 7,7 руб.; 3) 4,2 руб; 4) 1090 коп	<b>2 задание. Ответ.</b> Норма времени 8,7 чел.-ч; расценка 5,3 руб.
<b>3 задание Ответы.</b> 1) 1,2 м <sup>2</sup> ; 3) 14 м <sup>2</sup> ; 3) 4,2м <sup>2</sup> ; 4) 5м <sup>2</sup>	<b>3 задание. Ответ.</b> Норма времени составляет 34,5 чел.-ч.; расценка - 30,4 руб.

Домашнее задание. [3], глава 13 ,§ 13.1, ,§ 13.2 с.411ё - 415 и выполните решение заданий № 13.9 № 13.10 с. 414

1. Атанасян Л.С. Геометрия 10-11 классы. М.: Просвещение,2004.-256 с

Дополнительная литература:

- 2 .Богомолов Н.В. Практические занятия по математике: Учебное пособие для техникумов.-3-е изд.М.: Высшая школа ,2011 г.- 568 с

## **Практическая работа № 26 на тему Решение задач на нахождение объема призмы**

***Повторить понятия и способы действия***

1. Понятия объема призмы
2. Способы формирования мотивов и возбуждения интереса, создание проблемной ситуации на основе использования задания с профессиональной направленностью, показ практической значимости изучаемого материала; организация эвристической беседы; сочетание слова и изобразительных средств наглядности.

**Цель занятия.**

**Проверить умение находить объем призмы**

Вид занятия. Практическая работа

**Цель - обучающая** – организовать самостоятельную деятельность учащихся по

обобщению и систематизации знаний по теме «Призма»

- развивающая - формировать навыки пространственного воображения, умения

Находить поверхности (боковую и полную) призмы.

- воспитывающая – воспитание графической культуры учащихся; формирование умения аккуратного и точного (в соответствии с условиями задания) изображения моделей и развертки цилиндра

**Учебная.**

**Метод обучения.** Репродуктивный и частично поисковый.

**Оборудование** для занятия. Учебное пособие по геометрии,

компьютер и презентация (слайды)

### **Ход урока**

***Актуализация прежних знаний***

На экране компьютера слайд с заданием, которое устно выполняют все студенты группы

**Презентация на тему**

Повторение : темы «Объем призмы»

### Понятие объема

Понятие объема тела вводится по аналогии с понятием площади плоской фигуры. Из курса планиметрии известно, что каждый многоугольник имеет площадь, которая измеряется с помощью выбранной единицы измерения площадей. В качестве единицы измерения площадей обычно берут квадрат, сторона которого равна единице измерения отрезков.

Аналогично будем считать, что каждое из рассматриваемых нами тел имеет объем, который можно измерить с помощью выбранной единицы измерения объемов. За единицу измерения объемов примем куб, ребро которого равно единице измерения отрезков. Куб с ребром 1 см называют кубическим сантиметром и обозначают  $\text{см}^3$ . Аналогично определяются кубический метр ( $\text{м}^3$ ), кубический миллиметр ( $\text{мм}^3$ ) и т. д.

Процедура измерения объемов аналогична процедуре измерения площадей. При выбранной единице измерения объем каждого тела выражается положительным числом, которое показывает, сколько единиц измерения объемов и частей единицы содержится в данном теле. Ясно, что число, выражающее объем тела, зависит от выбора единицы измерения объемов, и поэтому единица измерения объемов указывается после этого числа. Например, если в качестве единицы измерения объемов взят  $1 \text{ см}^3$  и при этом объем  $V$  некоторого тела оказался равным 2, то пишут  $V = 2 \text{ см}^3$ .

**Практическая работа.** Решить следующие задачи

#### 1 вариант

- 1) Основание прямого параллелепипеда – параллелограмм со сторонами 3 и 5 см., а угол между ними равен  $60^\circ$ ; площадь диагонального сечения равна  $63 \text{ см}^2$ . Вычислите площадь полной поверхности параллелепипеда.
- 2) Диагональ правильной четырехугольной призмы равна 9 см., а площадь её полной поверхности  $144 \text{ см}^2$ . Найдите площадь её боковой поверхности.
- 3) Вычислить объем призмы, в основании которой – параллелограмм со сторонами 4 и 3 см., а угол между ними равен  $30^\circ$ ; Высота призмы равна 10 см.
- 4 Тело  $R$  состоит из тел  $P$  и  $Q$ , имеющих соответственно объемы  $V_1$  и  $V_2$ . Выразите объем  $V$  тела  $R$  через  $V_1$  и  $V_2$ , если:
  - а) тела  $P$  и  $Q$  не имеют общих внутренних точек;
  - б) тела  $P$  и  $Q$  имеют общую часть, объем которой равен  $\frac{1}{3} V_1$ .
- 5 Найдите объем прямоугольного параллелепипеда, стороны основания которого равны  $a$  и  $b$ , а высота равна  $h$ , если:
  - а)  $a = 11$ ,  $b = 12$ ,  $h = 15$ ;
  - б)  $a = 3\sqrt{2}$ ,  $b = \sqrt{5}$ ,  $h = 10\sqrt{10}$ ;
  - в)  $a = 18$ ,  $b = 5\sqrt{3}$ ,  $h = 13$ ;
  - г)  $a = 3\frac{1}{3}$ ,  $b = \sqrt{5}$ ,  $h = 0,96$ .

#### 2 вариант

- 1) Основание прямой призмы – равнобедренная трапеция, основания которой 11 и 21 см., а боковая сторона равна 13 см.; площадь диагонального сечения равна  $180 \text{ см}^2$ . Вычислите площадь полной поверхности призмы.

- 2) Наибольшая диагональ правильной шестиугольной призмы равна 13 см., а площадь её полной поверхности  $180 \text{ см}^2$ . Найдите площадь основания призмы.
- 3) Вычислить объем призмы, в основании которой –прямоугольник со сторонами 4 и 5 см.;Высота призмы равна 12 см.
- 4 Найдите объем куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , если: а)  $AC = 12 \text{ см}$ ; б)  $AC_1 = 3\sqrt{2} \text{ м}$ ; в)  $DE = 1 \text{ см}$ , где  $E$  — середина ребра  $AB$ .  
Измерения прямоугольного параллелепипеда равны 8 см, 12 см и 18 см. Найдите ребро куба, объем которого равен объему этого параллелепипеда.
- 5 Кирпич имеет форму прямоугольного параллелепипеда с измерениями 25 см, 12 см и 6,5 см. Плотность кирпича равна  $1,8 \text{ г/см}^3$ . Найдите его массу.  
Найдите объем прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , если  $AC_1 = 13 \text{ см}$ ,  $BD = 12 \text{ см}$  и  $BC_1 = 11 \text{ см}$ .

Дополнительно.

- 6 Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна 18 см и составляет угол в  $30^\circ$  с плоскостью боковой грани и угол в  $45^\circ$  с боковым ребром. Найдите объем параллелепипеда.

Работы собрать на проверку

### Итог занятия

**Домашнее задание.** [3], глава 12. упражнения к главе 12; с. 409 выполните решение заданий № 12.63 № 12 65, № 12. 66 с. 409

Пов. формулы (площадь прямоугольника; квадрата; треугольника; параллелограмма; трапеции); площадь полной поверхности; площадь боковой поверхности призмы

1. Атанасян Л.С. Геометрия 10-11 классы. М.: Просвещение,2004.-256 с

Дополнительная литература:

2. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике: Учебное пособие для техникумов.-3-е изд.М.: Высшая школа ,2011 г.- 568 с

### Практическое занятие № 27 на тему Решение задач на нахождение объема пирамиды

Цель занятия.

Научиться находить поверхности и объем пирамиды.

Вид занятия. Практическая работа

Цель - обучающая – организовать самостоятельную деятельность учащихся по

обобщению и систематизации знаний по теме «**Площадь поверхности пирамиды и объем пирамиды**»

развивающая - формировать навыки пространственного воображения, умения

Находить поверхности (боковую и полную) пирамиды и объем пирамиды.

- воспитывающая – воспитание графической культуры учащихся; формирование умения аккуратного и точного (в соответствии с условиями задания) изображения моделей и развертки пирамиды

**Учебная.**

**Метод обучения.** Репродуктивный и частично поисковый.

**Оборудование** для занятия. Учебное пособие по геометрии, компьютер и презентация (слайды)

### Ход урока

#### Повторение темы ПИРАМИДА

#### Ход занятия

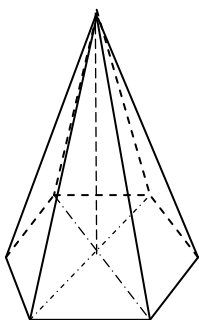
##### 1. Оргмомент

##### 2. Повторение основных понятий (площадь поверхности геометрических тел)

Повторить в виде беседы (как вычислить площадь прямоугольника. Что лежит в основании прямоугольника? Как найти площадь круга? Чему равна длина окружности? Как найти боковую поверхность цилиндра? Как найти полную поверхность цилиндра? Чему равна площадь основания?

##### 2. Повторить основные понятия по теме:

##### 3. Решение задач Правильная пирамида



#### **Правильная пирамида**

пирамида, у которой в основании правильный многоугольник, а вершина проецируется в центр основания.

Все боковые рёбра равны между собой и все боковые грани – равные равнобедренные треугольники.

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot H; \quad S_{\text{бок}} = \frac{1}{2} P \cdot h,$$

## Объем пирамиды

### Теорема

Объем пирамиды равен одной трети произведения площади основания на высоту.

площадью боковой поверхности пирамиды называется сумма площадей всех её боковых граней  
площадью полной поверхности – сумма площадей всех её граней

### Следствие

Объем  $V$  усеченной пирамиды, высота которой равна  $h$ , а площади оснований равны  $S$  и  $S_1$ , вычисляется по формуле

$$V = \frac{1}{3} h (S + S_1 + \sqrt{S \cdot S_1}).$$

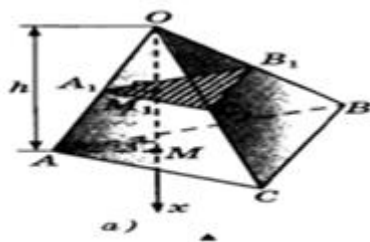


Рис. 1

Применяя теперь основную формулу для вычисления объемов тел при  $a = 0$ ,  $b = h$ , получаем

$$V = \int_0^h S(x) dx = \int_0^h \frac{S}{h^2} x^2 dx = \frac{S}{h^2} \int_0^h x^2 dx = \frac{S}{h^2} \frac{x^3}{3} \Big|_0^h = \frac{1}{3} S \cdot h.$$

## Практическая работа

### 1 вариант

- 1 Найдите объем наклонной треугольной призмы, если расстояния между ее боковыми ребрами равны 37 см, 13 см и 30 см, а площадь боковой поверхности равна  $480 \text{ см}^2$ .
- 2 Найдите объем пирамиды с высотой  $h$ , если:
  - а)  $h = 2$  м, а основанием служит квадрат со стороной 3 м;
  - б)  $h = 2,2$  м, а основанием служит треугольник ABC, в котором  $AB = 20$  см,  $BC = 13,5$  см,  $\angle ABC = 30^\circ$ .

### 2 вариант

- 1 Найдите объем правильной треугольной пирамиды, высота которой равна 12 см, а сторона основания равна 13 см.
- 2 Найдите объем правильной треугольной пирамиды с боковым ребром  $l$ , если:
  - а) боковое ребро составляет с плоскостью основания угол  $\varphi$ ;
  - б) боковое ребро составляет с прилежащей стороной основания угол  $\alpha$ ;



**Итог занятия Домашнее задание**[2], глава 7 ,§ 2 с.162; ,§3 с. 165  
выучите формулы поверхности (полная, боковая) и объем многогранников

1.Атанасян Л.С. Геометрия 10-11 классы. М.: Просвещение,2004.-256 с

Дополнительная литература:

2. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике: Учебное пособие для техникумов.-3-е изд.М.: Высшая школа ,2011 г.- 568 с

## **ЗАНЯТИЕ № 28 ПО ТЕМЕ Формула площади сферы**

**Актуализация опорных знаний и способов действий**

**Опорные понятия и способы действия**

1. понятия сферы , формулы площади сферы;
2. Способы формирования мотивов и возбуждения интереса, создание проблемной ситуации на основе использования задания с профессиональной направленностью, показ практической значимости изучаемого материала; организация эвристической беседы; сочетание слова и изобразительных средств наглядности.

**Цель занятия.**

**Проверить умение находить поверхности сферы.**

Вид занятия. Практическая работа

**Цель - обучающая** – организовать самостоятельную деятельность учащихся по обобщению и систематизации знаний по теме «сфера»

- развивающая - формировать навыки пространственного воображения, умения

Находить поверхности сферы

- воспитывающая – воспитание графической культуры учащихся; формирование умения аккуратного и точного (в соответствии с условиями задания) изображения сферы

**Учебная.**

**Метод обучения.** Репродуктивный и частично поисковый.

**Оборудование** для занятия. Учебное пособие по геометрии, компьютер и презентация (слайды)

### **Ход урока**

**Актуализация прежних знаний**

На экране компьютера слайд с заданием, которое устно выполняют все студенты группы

**Повторение темы Тела вращения: Цилиндр. Поверхность цилиндра и Конуса**  
**Повторение темы в виде беседы:**

### Ход занятия

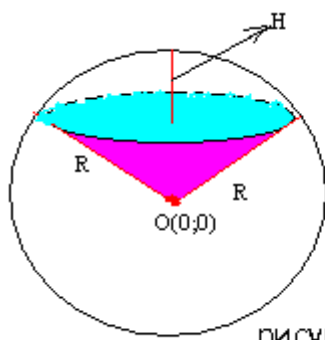
1. Оргмомент
2. Практическая работа
3. Практическая работа по теме:  
сектор, сегмент

*Шар. Шаровой*

1) Изучить тему: *Шар. Шаровой сектор, сегмент*

**Цель: Научиться находить полную поверхность шара;**

1. Построить шар по заданным размерам (варианты см ниже).
4. **Сфера представляет собой** геометрическую фигуру, полученную вращением окружности вокруг её диаметра
5. Или сфера – это геометрическая фигура, состоящая из всех точек пространства, расположенных на заданном расстоянии от данной точки. ЭТА ТОЧКА называется центром сферы, а отрезок, соединяющий центр с какой-либо точкой сферы – радиусом сферы. Отрезок, соединяющий 2 точки сферы и содержащий центр сферы. Называется диаметром.
6. **Шаровой сектор, сегмент**



$$V = \frac{2}{3} \pi R^2 H$$

$$S_{бок} = \pi R \sqrt{2RH - H^2}$$

рисунок 2

7. **Варианты практической работы**

	Вычислить поверхность цилиндра по заданным размерам	Вычислить поверхность шара (сферы) по заданным размерам	
<b>1 вариант</b>	R = 5 см; H = 2 см;	R = 5 см;	Свои данные
<b>2 вариант</b>	R = 8 см;, H = 3 см	R = 8 см	Свои данные

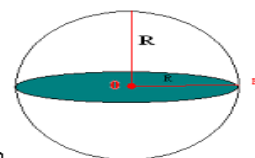
<b>3 вариант</b>	R = 10 см; H = 4 см	R = 10 см	Свои данные
<b>4 вариант</b>	R = 15 см; H = 5 см	R = 15 см	Свои данные
<b>5 вариант</b>	R = 12 см; H = 3 см	R = 12 см	Свои данные
<b>6 вариант</b>	R = 14 см; H = 5 см	R = 14 см	Свои данные

## Практическая работа по теме: *Шар*. Шаровой сектор, сегмент

1) Изучить тему: Шар. Шаровой сектор, сегмент

**Цель:** Научиться находить полную поверхность шара;

1. Построить шар по заданным размерам (варианты см ниже).



2. Найти поверхность шара (сферы); Шар

рисунк 1  $V = \frac{4}{3} \pi R^3$   $S_{бок} = 4 \pi R^2$

$$S_{бок} = \pi R \sqrt{2RH - H^2} \text{ Шаровой сектор,}$$

<b>№ варианта</b>	<b>Найти поверхность и объём шара</b>
1 вариант	R = 12 см
2 вариант	R = 10 см;
3 вариант	R = 14 см
4 вариант	R = 17 см
5 вариант	R = 24 см
6 вариант	R = 19 см

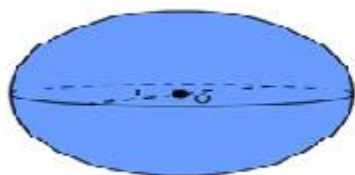
**Практическая работа ПО ТЕМЕ** Формулы объема шара и площади сферы.  
**Формул а площади сферы**

**Повторение темы Тела вращения: Шар. Шаровой сектор**

**2) Практическая работа по теме: *Шар*. Шаровой сектор, сегмент**

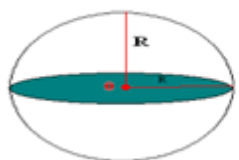
1) Повторить тему: Шар. Шаровой сектор, сегмент

Цель: Научиться находить полную поверхность шара;



Сферой называется поверхность, состоящая из всех точек пространства, расположенных на заданном расстоянии от данной точки. Данная точка называется **центром** сферы, а расстояния – **радиусом** сферы. Отрезок, соединяющий центр сферы и любую ее точку также называется **радиусом** сферы. Отрезок, соединяющий две точки сферы и проходящий через ее центр, называется **диаметром** сферы. Тело, ограниченное сферой, называется шаром. Центр, радиус и диаметр сферы также называются **центром**, **радиусом** и **диаметром** шара.

1. Построить шар по заданным размерам (варианты см ниже).



2. Найти поверхность шара (сферы); Шар

рисунки 1  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$   $S_{\text{бок}} = 4\pi R^2$

$$S = 4\pi R^2.$$

$$S_{\text{бок}} = \pi R \sqrt{2RH - H^2} \text{ Шаровой сектор}$$

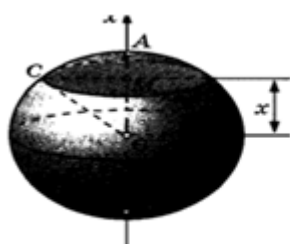


Рис. 1

$$V = \int_{-R}^R \pi (R^2 - x^2) dx = \pi R^2 \int_{-R}^R dx - \pi \int_{-R}^R x^2 dx = \pi R^2 x \Big|_{-R}^R - \frac{\pi x^3}{3} \Big|_{-R}^R = \frac{4}{3} \pi R^3.$$

№ вариант	Найти поверхность и объём шара
1 вариант	<p>1 Пусть <math>v</math> — объём шара радиуса <math>R</math>, а <math>S</math> — площадь его поверхности. Найдите: а) <math>S</math> и <math>V</math>, если <math>R = 4</math> см; б) <math>R</math> и <math>S</math>, если <math>V = 113,04</math> см<sup>3</sup>; в) <math>R</math> и <math>V</math>, если <math>S = 64\pi</math> см<sup>2</sup>.</p> <p>2. <math>R = 12</math> см</p>
2 вариант	<p>1 Диаметр Луны составляет (приблизительно) четвертую часть диаметра Земли. Сравните объёмы Луны и Земли, считая их шарами.</p> <p>2. <math>R = 10</math> см;</p>
3 вариант	<p>1) <math>R = 14</math> см</p> <p>2 Шар и цилиндр имеют равные объёмы, а диаметр шара равен диаметру основания цилиндра. Выразите высоту цилиндра через радиус шара.</p>
4	1) $R = 17$ см

вариант	2. Стаканчик для мороженого конической формы имеет глубину 12 см и диаметр верхней части 5 см. На него сверху положили две ложки мороженого в виде полушарий диаметром 5 см. Перепо- нит ли мороженое стаканчик, если оно растает?
5 вариант	1. $R = 24$  2. В цилиндрическую мензурку диаметром 2,5 см, наполненную вод- до некоторого уровня, опускают 4 равных металлических шаров диаметром 1 см. На сколько изменится уровень воды в мензурке?
6 вариант	1) $R = 19$ см  2. Сколько кубометров земли потребуется для устройства клумбы имеющей форму шарового сегмента с радиусом основания 5 и высотой 60 см?

Домашнее задание . [2], §4. п.71, п.73 м выполните решение заданий №712, 715

- Атанасян Л.С. Геометрия 10-11 классы. М.: Просвещение, 2004.-256 с
- Дополнительная литература:
- Богомолов Н.В. Практические занятия по математике: Учебное пособие для техникумов.-3-е изд.М.: Высшая школа ,2011 г.- 568 с

### ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 29 по теме « Производная функции»

**Цель.** Научиться дифференцировать функции одного переменного

**Задачи.** Выучить правила дифференцирования функций. Научиться решать задачи на применение производной

**Формирование компетенций** ОК2, ОК 6

**Оборудование:** компьютер, презентации, учебник Алгебра и начала анализа: уч. для 10 – 11 кл общеобразовательных учреждений/ [ Ш.А. Алимов , Ю.М. Колягин и др.].-15 изд.- М.: Просвещение, 2007.- 387 с

Ход работы:

- Познакомиться с теоретическим материалом
- Сделать краткий конспект теоретического материала в рабочих тетрадях (основные понятия, определения, формулы, примеры)
- В тетрадях для практических работ выполнить самостоятельную работу или решить номера, которые указаны в работе.
- Сдать преподавателю тетради для практических работ.

**Критерии оценивания практической работы**

Оценка «5» ставится, если верно и рационально решено 91% -100% предлагаемых заданий, допустим 1 недочет, неискажающий сути решения.

Оценка «4» ставится при безошибочном решении 81% -90% предлагаемых заданий.

Оценка «3» ставится, если выполнено 70% -80% предлагаемых заданий, допустим 1 недочет.

Оценка «2» - решено мене 70% предлагаемых заданий.

### Дифференциальное исчисление (производная функции)

**Основные понятия.** Одним из основных понятий математического анализа является понятие о производной. Производной функции  $y=f(x)$  по аргументу  $x$  называется предел отношения приращения функции к соответствующему приращению аргумента при условии, что последнее стремится к нулю. Производная обозначается символами:  $y'$ ,  $y'_x$ ,  $f'(x)$ . Таким образом,

$$y' = y'_x = f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \quad (*)$$

Процесс нахождения производной называется дифференцированием. Продифференцировать данную функцию — значит найти ее производную. Из определения производной непосредственно вытекает общий метод ее нахождения. Числовое значение производной данной функции  $y = f(x)$  при данном числовом значении аргумента  $x=a$  называется частным значением производной. Это записывается так:

$$y' = y'_x = f'(x) = f'(a), \text{ т.е. } y'_{x=a} = f'(a).$$

Рассмотрим геометрическое и механическое значение производной. Производная  $y' = f'(x)$  при данном значении  $x=a$  равна угловому коэффициенту  $k$  касательной, проведенной к кривой через данную на ней точку  $M$ , абсцисса которой и есть данное значение  $x=a$ . Это можно записать так:  $k = f'(a)$ . Напомним что угловой коэффициент  $k = \operatorname{tg} \alpha$ , где  $\alpha$  есть угол, составленный касательной и положительным направлением оси  $Ox$ . Для каждой точки касания угол наклона  $\alpha$  имеет свое единственное значение.

Если тело движется по закону  $S=f(t)$ , где  $S$ — путь в метрах, а  $t$ — время в секундах, то при изменении времени  $t$  на величину  $\Delta t$  влечет за собой изменение величины  $S$  на величину  $\Delta S$ , то отношение  $\Delta S$  к  $\Delta t$  ( $\Delta S / \Delta t$ ) есть средняя скорость изменения пути по времени  $t$ , а именно:

$$V_{cp} = \frac{\Delta S}{\Delta t} \quad (1^*)$$

Предел средней скорости при  $\Delta t \rightarrow 0$  — мгновенная скорость (или скорость

в данный момент времени): 
$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} V_{cp} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = V_{мгн} \quad (2^*)$$

Механический смысл производной: мгновенная скорость неравномерного движения есть производная от функции, выражающей зависимость пройденного пути  $S$  от времени  $t$ . Если закон прямолинейного движения задан уравнением  $S=f(t)$ , где  $S$ — путь в метрах, а  $t$ — время в секундах, то скорость

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{t \rightarrow t_0} \frac{f(t + \Delta t) - f(t)}{\Delta t} = f'(t) \quad (3^*)$$

(при условии, что предел существует) – скорость в данный момент времени или мгновенная скорость. Итак,  $v = s'_t = f'(t)$ , т.е. скорость точки в случае прямолинейного движения есть производная от пути по времени.

Формулы дифференцирования основных функций		
Производная постоянной величины равна нулю:	$c' = 0$ , где $c = const.$	(1)
Производная степенной функции:	$(x^n)' = nx^{n-1}$ , $n$ – действительное число	(2)
Производная от аргумента:	$x' = 1$ .	(3)
Производная функции вида: $y = \sqrt{x}$	$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	(4)
Производная функции $y = 1/x$ :	$(\frac{1}{x})' = -\frac{1}{x^2}$	(5)
Производные тригонометрических функций:		
$y = \sin x$	$(\sin x)' = \cos x$	(6)
$y = \cos x$	$(\cos x)' = -\sin x$	(7)
$y = \operatorname{tg} x$	$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x} = \sec^2 x$	(8)
$y = \operatorname{ctg} x$	$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x} = -\operatorname{cosec}^2 x$	(9)
Формула перехода от десятичных логарифмов к натуральным:	$\ln N = \frac{\lg N}{0.4343} = 2.303 \lg N$	(10)
Формула перехода от натуральных логарифмов к десятичным:	Число $\frac{1}{\lg e} = \frac{1}{0.4343} = 2.303$ называется модулем перехода от десятичных логарифмов к натуральным.	(11)
Производная логарифмической функции $y = \ln x$ :	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$	(12)
Производная показательной	$(a^x)' = a^x \ln a$ .	(13)

функции $y = a^x$ :	
Частный случай $y = e^x$ :	$(e^x)' = e^x$ . (14)
Производные обратных тригонометрических функций:	$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ (15)
$Y = \arccos x$	$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ (16)
$Y = \arctg x$	$(\arctg x)' = \frac{1}{1+x^2}$ (17)
$Y = \text{arcctg} x$	$(\text{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$ (18)

### Основные правила дифференцирования

Производная алгебраической суммы конечного числа функций:

$$(u+v-w)' = u' + v' - w', \quad (1)$$

где  $u$ ,  $v$  и  $w$  — различные функции от  $x$ , имеющие производные по  $x$ .

Производная произведений двух функций:  $(uv)' = u'v + v'u$ , (2)

где  $u$  и  $v$  — различные функции от  $x$ , имеющие производные по  $x$ .

Производная произведения постоянной на функцию:  $(cu)' = cu'$ , где  $c = \text{const}$ . (3)

Производная частного (дроби):  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$  (4)  $\left(\frac{u}{c}\right)' = \frac{u'}{c}$ , где  $c = \text{const}$ . (5)

где  $u$  и  $v$  — различные функции от  $x$ , имеющие производные по  $x$ , считая, что  $v^2 \neq 0$  при том значении аргумента  $x$ , при котором находится производная:

**Производная сложной функции:** если  $y = f(u)$ , где  $u = \varphi(x)$ , то

$$y'_x = y'_u u'_x \quad y'_x = f'(u) u'_x. \quad (6)$$

**Образцы решений** Рассмотрим решение примеров и задач на нахождение производной от заданных функций:

**Пример 1.** Дана функция  $f(x) = 3x^3 - 2x^2 + x + 1$ . Найти  $f(0)$ ,  $f(2)$ ,  $f(-2)$

**Решение.**

$$f(0) = 3 \cdot (0)^3 - 2 \cdot (0)^2 + 0 + 1 = 1$$



$$f(2) = 3 \cdot (2)^3 - 2 \cdot (2)^2 + 2 + 1 = 19$$

$$f(-2) = 3 \cdot (-2)^3 - 2 \cdot (-2)^2 - 2 + 1 = -33 \quad \text{Ответ: } f(0)=1, f(2)=19, f(-2)=-33$$

**Пример 2.** Найти производную функции  $y = (x+5)(x^2-1)$

**Решение:** используя формулу  $(uv)' = u'v + v'u$ , (2)

– производная произведения двух функций, получим:

$$y' = (x+5)'(x^2-1) + (x+5)(x^2-1)',$$

$$y' = (x' + 5')(x^2-1) + (x+5)((x^2)' - 1'),$$

$$y' = (1+0)(x^2-1) + (x+5)(2x-0), \quad \text{Ответ: } y' = 3x^2 + 10x - 1.$$

$$y' = x^2 - 1 - 2x(x+5),$$

$$y' = 3x^2 + 10x - 1.$$

Иначе, перемножая двучлены, функцию  $y = (x+5)(x^2-1)$  можно

записать так:  $y = x^3 + 5x^2 - x - 5$ ; тогда  $y' = (x^3)' + (5x^2)' - x' - 5'$ ,  $y' = 3x^2 + 10x - 1$

$$\text{Ответ: } y' = 3x^2 + 10x - 1$$

**Пример 3.** Найти производную функции  $y = 6\sqrt[3]{x} - 4\sqrt[4]{x}$ .

**Решение.** Перепишем функцию в виде

$y = 6x^{\frac{1}{3}} - 4x^{\frac{1}{4}}$ . По формулам (4) – производная алгебраической суммы и (2) – производная степенной функции –

продифференцируем функцию:  $y = 6x^{\frac{1}{3}} - 4x^{\frac{1}{4}}$  .:

$$y' = \left(6x^{\frac{1}{3}}\right)' - \left(4x^{\frac{1}{4}}\right)', \quad y' = 6 \cdot \frac{1}{3} x^{\frac{1}{3}-1} - 4 \cdot \frac{1}{4} x^{\frac{1}{4}-1},$$

$$y' = 2x^{-\frac{2}{3}} - x^{-\frac{3}{4}}, \quad y' = \frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}}.$$

$$\text{Ответ. } y' = \frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}}.$$

**Пример 4.** Найти производную функции  $y = (x^2+3)^{10}$ .

**Решение.** Это сложная функция. Пусть  $x^2+3=u$ , тогда  $y=u^{10}$ . Производная находится по формуле дифференцирования сложной функции:

$$y' = (u^{10})' = 10u^9 u'_x, \quad u'_x = (x^2+3)' = 2x,$$

$$y' = 10(x^2 + 3)^9 \cdot 2x, \quad y' = 20x(x^2 + 3)^9.$$

**Ответ:**  $y' = 20x(x^2 + 3)^9$ .

**Пример 5.** Продифференцировать функцию  $y = \sin 8x$ .

**Решение.** Пусть  $8x = u$ , тогда  $y = \sin u$ .

$$y' = (\sin u)' = \cos u \cdot u'_x; \quad u'_x = (8x)' = 8$$

$$y' = \cos u \cdot 8 \quad \text{или} \quad y' = 8 \cos 8x$$

**Ответ:**  $y' = 8 \cos 8x$ .

**Пример 6.** Найти производную функции  $y = \operatorname{arctg} \sqrt{4x-1}$

**Решение.** Пусть  $\sqrt{4x-1} = u$ , тогда  $y = \operatorname{arctg} u$ , и

$$y' = (\operatorname{arctg} u)' = \frac{1}{1+u^2} \cdot u'_x,$$

$$u' = (\sqrt{4x-1})' = \frac{1}{2\sqrt{4x-1}} (4x-1)' = \frac{4}{2\sqrt{4x-1}} = \frac{2}{\sqrt{4x-1}},$$

$$y' = \frac{1}{1+(\sqrt{4x-1})^2} \cdot \frac{2}{\sqrt{4x-1}} = \frac{2}{4x\sqrt{4x-1}} = \frac{1}{2x\sqrt{4x-1}}$$

**Ответ:**  $y' = \frac{1}{2x\sqrt{4x-1}}$

**Пример 7.** Продифференцировать функцию  $y = \ln \sin x$

**Решение.**  $\sin x = u$ ,  $y = \ln u$ , тогда

$$y' = (\ln u)' = \frac{1}{u} \cdot u'_x \quad u'_x = (\sin x)' = \cos x,$$

$$y' = \frac{1}{\sin x} \cdot \cos x = \operatorname{ctg} x, \quad \textbf{Ответ:} \quad y' = \operatorname{ctg} x.$$

**Пример 8.** Дана функция  $f(x) = 2^{x^2+x+1}$ . Найти  $f'(1)$ .

**Решение.** Найдем производную данной функции:

$$f'(x) = 2^{x^2+x+1} \cdot (x^2+x+1)' \ln 2$$

$$f'(x) = 2^{x^2+x+1} \cdot (2x+1) \ln 2$$

$$f'(x) = 2^3 \cdot (2 \cdot 1 + 1) \ln 2 \quad f'(1) = 24 \ln 2$$

**Ответ:**  $f'(1) = 24 \ln 2$

**Задача 1.** Точка движется прямолинейно по закону  $s = 2t^3 + t^2 + 1$ , где  $s$  — путь в метрах,  $t$  — время в секундах. Найти величину скорости в момент  $t = 3$  с и величину ускорения в момент  $t = 4$  с.

**Решение.** Скорость равна

$$v = s'_t = (2t^3 + t^2 + 1)' = 6t^2 + 2t$$

$$v_{t=3} = 6 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3 = 60 \text{ (м/с)}$$

Ускорение равно

$$a = v'_t = (6t^2 + 2t)' = 12t + 2$$

$$a_{t=4} = 12 \cdot 4 + 2 = 50 \text{ (м/с}^2\text{)}$$

**Ответ:**  $v_{t=3} = 60 \text{ м/с}$ ,  $a_{t=4} = 50 \text{ м/с}^2$ .

**Задача 2.** Найти уравнение касательной к параболе  $y = x^2 - 4x + 2$  в точке, абсцисса которой равна 3.

**Решение.** Найдем ординату точки касания:

$$y_{x=3} = 3^2 - 4 \cdot 3 + 2 = -1$$

Итак, точка касания  $M(3; -1)$  найдена. Для нахождения уравнения касательной воспользуемся уравнением пучка прямых  $y - y_1 = k(x - x_1)$ .

В нашем примере  $x_1 = 3$ ,  $y_1 = -1$ , значит  $y + 1 = k(x - 3)$ .

Угловой коэффициент

$$k = y'_{x=3} = (x^2 - 4x + 2)'_{x=3} = (2x - 4)_{x=3} = 2.$$

Поэтому искомое уравнение касательной примет вид:

$$y + 1 = 2(x - 3) \text{ или } y = 2x - 7 \text{ в общем виде} \quad \mathbf{2x - y - 7 = 0}$$

## Практическая работа

### 1 вариант

Найдите производные следующих функций:

1)  $f(x) = x^3 (x^2 - 1)^2$ ; 2)  $f(x) = x^4 (x^2 - 1)^5$ ;

3)  $y = 8^x$ ; 4)  $y = \sin(2x - 5)$ ;

5) Лифт после включения движется по закону  $s = 1,5t^2 + 2t + 12$ , где  $s$  — путь (в метрах),  $t$  — время (в секундах). Найдите скорость лифта в момент времени  $t = 2$ .

6).Разложение некоторого химического вещества протекает в соответствии с уравнением  $m = m_0 e^{-kt}$ ,  $m$  – количество вещества в момент времени  $t$ ,  $k$  – положительная постоянная. Найдите скорость разложения вещества и выразите ее как функцию времени.

7).Зависимость количества  $Q$  вещества, получаемого в химической реакции, от времени  $t$  определяется формулой  $Q=a(1 + be^{-kt})$ . Определите скорость реакции и выразите ее как функцию  $Q$ .

8).При прямолинейном движении точки зависимость пути от времени задана уравнением  $S = \sqrt{t} + 5t$ . Найти ускорение точки в конце 1 й секунды.

9).Может ли для четной всюду дифференцируемой функции выполняться соотношение:

$$a) f'(0) > 0; b) f'(0) < 0; c) f'(0) = 0?$$

## 2 вариант

$$1) y = \frac{3x-4}{2x+3}; 2) y = 4^{\sqrt{x^2+2}} \quad 3) y = \ln \sin \frac{x}{x+1} \quad 4) y = \frac{x}{2} \sqrt{1-x^2} + \frac{1}{2} \arccos \sqrt{x}.$$

5).Атмосферное давление воздуха  $p$  на высоте над уровнем моря можно вычислить по формуле  $p = p_0 e^{-h/a}$ ,  $p_0$  – давление на уровне моря и  $a$  – постоянная. Найдите скорость изменения давления с высотой и выразите ее как функцию  $p$ .

6).Размер популяции насекомых в момент времени  $t$  (время выражено в днях) задается величиной  $p(t) = 10000 - 9000(1+t)^{-1}$ . Вычислите скорость роста популяции  $p'(t)$  в момент времени  $t$ .

7).Размер популяции бактерий в момент времени  $t$  (время выражено в часах) задается формулой  $p(t) = 10^6 + 10^4 t - 10^3 t^2$ . Найдите скорость роста популяции, когда  $t = 1$  час.

8).При прямолинейном движении точки зависимость пути от времени задана уравнением  $S = \sqrt{t}$ . Найти ускорение точки в конце 4-й секунды.

9) В каких точках нельзя провести касательные к графикам функций:

$$a) f(x) = 1x - 31; b) f(x) = 1x^2 - x1 c) f(x) = x^{2/3}$$

**Ответы: 1 вариант 1).**  $f'(x) = 3x^2 (x^2 - 1)^2 + 2x^3 (x^2 - 1) \cdot 2x = x^2 (x^2 - 1) (7x^2 - 3)$

$$2). f'(x) = 4x^3 (x^2 - 1)^5 + 5x^3 (x^2 - 1)^4 \cdot 2x = 2x^3 (x^2 - 1)^4 (2x^2 - 2 + 5x)$$

$$3) y' = 8^x \cdot \ln 8; \quad 4) y' = 2 \cos(2x - 5);$$

## 2 вариант

$$1) y' = \left( \frac{3x-4}{2x+3} \right)' = \frac{1}{(2x+3)^2}$$

$$2) y' = 4^{\sqrt{x^2+2}} = 4^{\sqrt{x^2+2}} \cdot \frac{x \cdot \ln 4}{\sqrt{x^2+2}}.$$

$$3) y' = \left( \ln \sin \frac{x}{x+1} \right)' = \frac{\cos \frac{x}{x+1} \cdot \frac{1}{(x+1)^2}}{\sin \frac{x}{x+1}} = \operatorname{ctg} \frac{x}{x+1} \cdot \frac{1}{(x+1)^2}$$

$$4) y' = \frac{1}{2} \sqrt{1-x^2} - \frac{x^2}{2 \cdot \sqrt{1-x^2}} - \frac{1}{4\sqrt{1-x}\sqrt{x}}$$

9) 8 м/с; 10)  $v = -km$ ; 11)  $v = -k(Q - a)$ ; 12)  $v = -p/a$ ; 13)  $p(t) = 9000/(1+t)^2$ ; 14) 8000 бактерий в час; 15)  $a = -1/32$ .

**Написать отчет и сдать преподавателю на проверку**

**Домашнее задание.** [1], глава 8, § 44, § 45, § 46 с. 229 - 240 и выполните решение №869, 875 с. 256

**Литература основная :** Алимов Ш.А. «Алгебра и начала анализа» 10-11 класс с. 17-18

**Дополнительная:** Башмаков М.И. «Математика» М.: Высшая школа - 1994, 542 с

**Практическая работа № 30 по теме:** Вычисление площадей плоской фигуры с помощью определенного интеграла.

Тип занятия: Практическая работа

Образовательные задачи:

1. Организация общения на уроке (учитель-ученик, ученик-учитель)
2. Реализация дифференцированного подхода к учащимся
3. Повторить основные понятия
  - а) Определение криволинейной трапеции; площадь криволинейной трапеции
  - б) Формула Ньютона-Лейбница
- Систематизация всех случаев криволинейной трапеции
4. Обобщение и вывод к каждому случаю криволинейной трапеции
5. Домашнее задание
  - а) умение преодолевать трудности в учении

**ХОД занятия**

**Практическая работа**

1 вариант

- 1) Найти площадь фигуры (записать формулу)

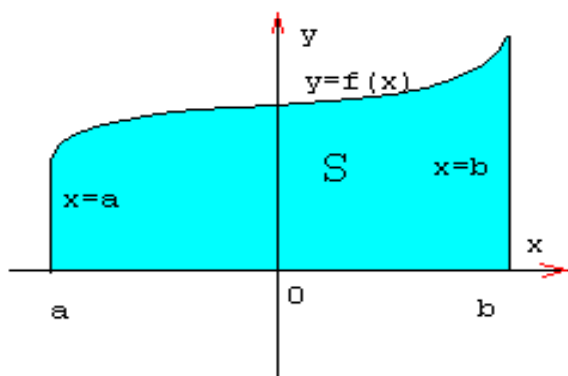


Рисунок 12) Каким образом может лежать график  $y=f(x)$  относительно оси  $Ox$ ?

Возможен следующий случай, когда  $f(x) < 0$  на  $[f, b]$  Как вычислить площадь фигуры (рисунок 2)

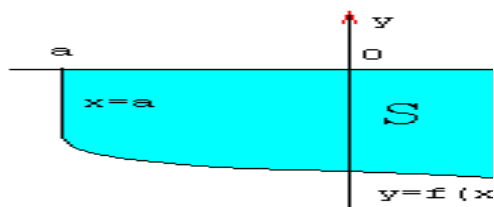


Рисунок 2

3 задание

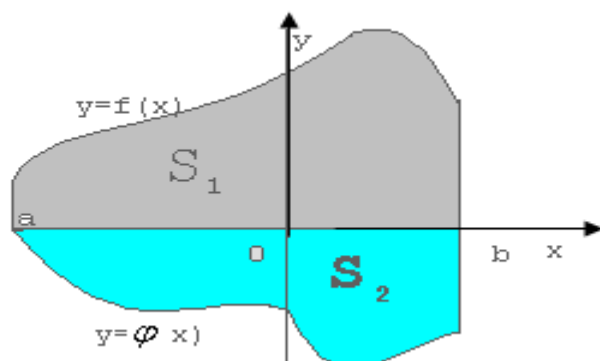
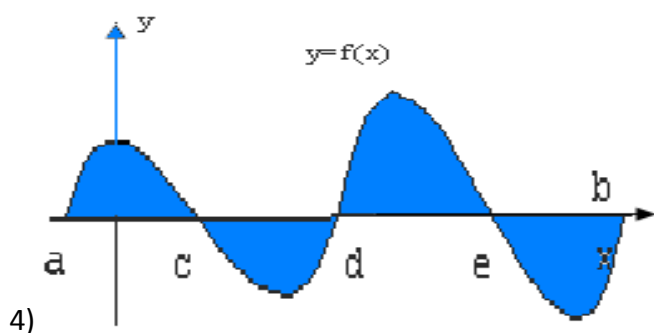


рисунок 3

Запишите формулу для вычисления площади фигуры (рисунок 3)



4)

рисунок 4 . Запишите формулу для

вычисления площади фигуры (рисунок 4)

5)

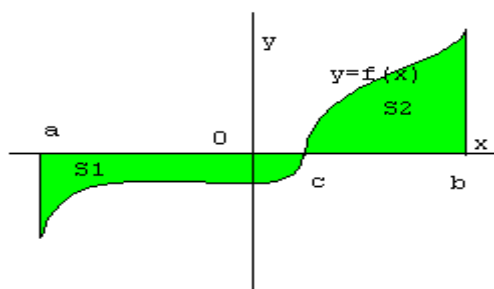
Запишите интеграл выражающий  
площадь ограниченной линиями  
 $y=0$ ;  $x=0$ ;  $x=3$ ;  $y=(x-4)^2$

и вычислите площадь фигуры

6) Найти площадь фигуры, ограниченной кривой  $y = (-x^2 + 4x)$

## 2 вариант

1) Запишите формулу для вычисления площади фигуры (рисунок 5) А еще каким



образом может лежать график относительно оси (OX)?

Рисунок 5

2) До сих пор на координатной плоскости

играл главную роль график только одной функции. Не пора ли нам создать

компанию. Что вы можете предложить по этому поводу? Допустим, на

координатной плоскости появился график другой функции  $y=\phi(x)$ . Итак, как могут вести себя графики этих функций?

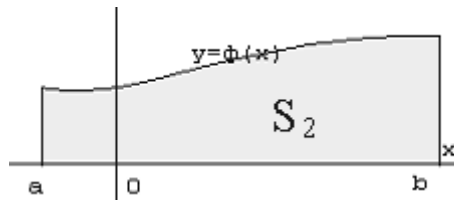
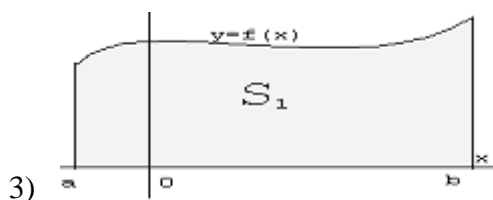


рисунок 6

3)

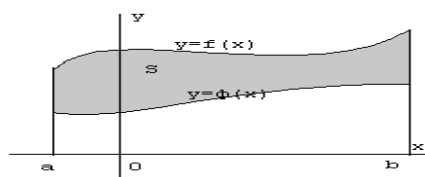
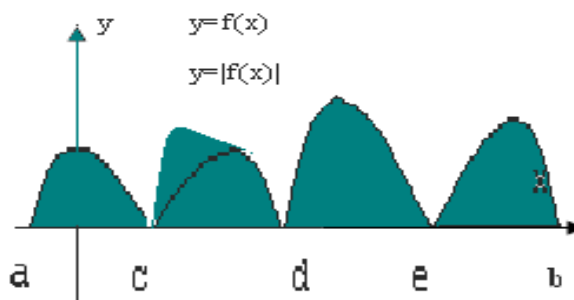


Рисунок 7

$S =$  рисунок 7. Запишите формулу для



вычисления площади фигуры

рисунок 8.

Запишите формулу для вычисления площади фигуры (рисунок 8)

5) Найти площадь фигуры, ограниченной кривой  $y = (x^2 - 4x)$ ,  $x=0$ ,  $x=4$

6) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y=\sin x$ ,  $y=2\sin x$ ,  $x=0$ ,  $x=\frac{5\pi}{4}$

**Итог занятия:**

Домашнее задание[1], глава 10 № 1014, 1016, 1018 выполните решение

**Литература основная :** Алимов Ш.А. «Алгебра и начала анализа» 10-11 класс с. 17-18

**Дополнительная:** Башмаков М.И. «Математика» М.: Высшая школа - 1994 , 542 с

## ЛИТЕРАТУРА

Основные источники:

5. Алгебра и начала анализа 10-11 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый уровень/ Ш.А. Алимов, Ю.М.Колягин, М.В. Ткачева и др.- 16 изд., перераб. - М.: Просвещение, 2010 г.-464 с
  6. Дадаян А.А. Математика: Учебник 2-е изд.- М:Форум-Инфра-М.,2006.- 552 с
  7. Атанасян Л.С. Геометрия 10-11 классы. М.: Просвещение,2004.-256 с
- Дополнительная литература:
8. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике: Учебное пособие для техникумов.-3-е изд.М.: Высшая школа ,2011 г.- 568 с
  9. Лисичкин В.Т., И.Л. Соловейчик Математика. - Учебное пособие для техникумов.- М.: Высшая школа, 2013 г.-480 с
  - 10.В.П. Омельченко, Э.В. Курбатова Математика: учебное пособие/.- изд.7-е, стер. – Ростов н/Д : Феникс, 2013—380 с- (Среднее профессиональное образование)-Соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту(третьего поколения)

*7.Лаппо Л.Д., Попов М.А. ЕГЭ 2011. Математика. Практикум по выполнению типовых тестовых заданий ЕГЭ. – М.: Экзамен, 2011. – 64 с.*

*Никольский С.М., Потапов М.К. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс. – М.: Просвещение, 2011.*

Электронные ресурсы:

1. Википедия: Математика – <http://ru.wikipedia.org>
2. Все для студента: Библиотека 5 баллов



### 3. Edu (единое окно)